Задача 1. Пловцы и плот

Дано:

- Время движения первого пловца (от A до B): $T_1 = 20\text{мин} = 1200\text{с}$
- Время движения второго пловца (от B до A): $T_2 = 15\text{мин} = 900\text{с}$
- Длина плота: $L = 15\text{м}$
- Время прохождения мимо плота для каждого пловца: $t = 10\text{с}$

Найти: расстояние между точками A и B (S).

Решение:

Переход в систему отсчёта, связанную с водой (плотом): Плот свободно плывёт по течению, то есть покоится относительно воды. Поскольку оба пловца проплывают мимо плота длиной $L = 15\text{м}$ за одно и то же время $t = 10\text{с}$, их собственные скорости относительно воды одинаковы и равны:

$$v_{\text{соб}} = \frac{L}{t} = \frac{15\text{м}}{10\text{с}} = 1,5\text{м/с}$$

1.
2. **Движение относительно берега:** Согласно рисунку (и соотношению времён $T_1 > T_2$), течение направлено от точки B к точке A:
   - Первый пловец плывёт от A к B **против течения** со скоростью $v_1 = v_{\text{соб}} - u$, где u — скорость течения реки.
   - Второй пловец плывёт от B к A **по течению** со скоростью $v_2 = v_{\text{соб}} + u$.
3. **Составление системы уравнений:**
   Выразим скорости пловцов относительно берега через расстояние S и время их заплывов:

$$\begin{cases} v_{\text{соб}} - u = \dfrac{S}{T_1} \\ v_{\text{соб}} + u = \dfrac{S}{T_2} \end{cases}$$

Нахождение расстояния S: Сложим оба уравнения системы, чтобы исключить неизвестную скорость течения u:

$$2v_{\text{соб}} = S\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right) = S \cdot \frac{T_1+T_2}{T_1T_2}$$

Выразим отсюда расстояние S:

$$S = \frac{2v_{соб}T_1T_2}{T_1+T_2} = \frac{2LT_1T_2}{t(T_1+T_2)}$$

4. **Вычисление:**

$$S = \frac{2 \cdot 1{,}5\text{м/с} \cdot 1200\text{с} \cdot 900\text{с}}{1200\text{с}+900\text{с}} = \frac{3 \cdot 1080000}{2100} = \frac{3240000}{2100} = \frac{10800}{7}\text{м} \approx 1543\text{м}$$

5. $u = \frac{v_{соб}(T_1-T_2)}{T_1+T_2} = \frac{1{,}5 \cdot 300}{2100} = \frac{3}{14}\text{м/с} \approx 0,214\text{м/с}.)$

Ответ:

$$S = \frac{10800}{7}\text{м} \approx 1543\text{м}(\approx 1,54\text{км})$$

Задача 2. Сообщающиеся сосуды

Дано:

- Начальная высота сосудов: $H = 40\text{см}$
- Отношение площадей сечения сосудов: $S_{ш} = 2S_{у}$ (пусть $S_{у} = S$, тогда $S_{ш} = 2S$)
- Плотность керосина: $\rho_{к} = 800\text{кг/м}^3$
- Плотность воды: $\rho_{в} = 1000\text{кг/м}^3$

Найти: установившуюся высоту столба воды в узком сосуде (h).

Решение:

1. **Анализ процесса перетекания:** Так как плотность воды больше плотности керосина ($\rho_{в} > \rho_{к}$), в начальный момент гидростатическое давление на дно в узком сосуде больше, чем в широком ($\rho_{в}gH > \rho_{к}gH$). После открытия вентиля вода начнёт медленно перетекать на дно широкого сосуда, вытесняя более лёгкий керосин вверх. Так как широкий сосуд изначально заполнен доверху, вытесняемый керосин будет переливаться через его край, а общий уровень жидкости в широком сосуде останется равным высоте сосуда H.
2. **Связь уровней жидкостей (сохранение объёма воды):** Пусть в установившемся состоянии высота столба воды в узком сосуде стала равна h, а на дне широкого сосуда образовался слой воды высотой x. Объём воды, ушедшей из узкого сосуда, равен объёму воды, поступившей в широкий сосуд:
$$S (H - h) = 2S \cdot x \implies H - h = 2x \implies x = \frac{H - h}{2}$$
Условие гидростатического равновесия: В широком сосуде над слоем воды высотой x находится слой керосина высотой $H - x$. В состоянии равновесия давления жидкостей на уровне дна в обоих сосудах равны:

$$\rho_в g h = \rho_в g x + \rho_к g(H - x)$$

Сократим на ускорение свободного падения g:

$$\rho_в h = \rho_в x + \rho_к H - \rho_к x = (\rho_в - \rho_к)x + \rho_к H$$

3.

Нахождение высоты h: Подставим выражение $x = \frac{H-h}{2}$ в уравнение равновесия:

$$\rho_в h = (\rho_в - \rho_к)\frac{H-h}{2} + \rho_к H$$

Умножим обе части уравнения на 2:

$$2\rho_в h = (\rho_в - \rho_к)H - (\rho_в - \rho_к)h + 2\rho_к H$$

Перенесём слагаемые с h в левую часть и приведём подобные:

$$h(2\rho_в + \rho_в - \rho_к) = H(\rho_в + \rho_к)$$

$$h(3\rho_в - \rho_к) = H(\rho_в + \rho_к)$$

$$h = H \cdot \frac{\rho_в + \rho_к}{3\rho_в - \rho_к}$$

4.

Вычисление:

$$h = 40\text{см} \cdot \frac{1000+800}{3 \cdot 1000-800} = 40\text{см} \cdot \frac{1800}{2200} = 40 \cdot \frac{9}{11}\text{см} = \frac{360}{11}\text{см} \approx 32,7\text{см}$$

5.

Ответ:

$$h = \frac{360}{11}\text{см} \approx 32,7\text{см}$$

Задача 3. Рычаг и система блоков

Дано:

- Масса однородного рычага: $M = 360\text{г}$
- Длина всего рычага: $L = 11a$
- Координата подвеса груза m: $x_m = 0$ (левый конец)
- Координата крепления оси подвижного блока: $x_1 = 4a$
- Координата крепления свободного конца нити: $x_2 = 7a$

Найти: массу груза (m).

Решение:

1. **Силы, действующие на систему со стороны нити:** Так как блоки и нить невесомы, а трение отсутствует, сила натяжения нити T одинакова по всей её длине:
   - На расстоянии $x_2 = 7a$ от левого конца к рычагу прикреплён правый конец нити, который тянет рычаг вертикально вверх с силой $F_2 = T$.

     Подвижный блок подвешен на двух вертикальных участках этой же нити. Из условия равновесия невесомого подвижного блока следует, что сила, с которой ось блока тянет рычаг вертикально вверх в точке $x_1 = 4a$, равна удвоенной силе натяжения нити:

$$F_1 = 2T$$

   -
2. **Силы тяжести:**
   - На левый конец рычага ($x_m = 0$) действует вниз вес груза $P_m = mg$.
   - Так как рычаг однородный и имеет длину $11a$, его центр тяжести находится ровно посередине — на расстоянии $x_ц = 5,5a$ от левого конца. В этой точке вертикально вниз действует сила тяжести рычага $P_M = Mg$.
3. **Условие равновесия рычага (баланс сил и баланс моментов):**
   Первое условие равновесия (сумма сил по вертикали равна нулю):

$$F_1 + F_2 = mg + Mg \implies 2T + T = (m+M)g \implies 3T = (m+M)g$$

Отсюда выразим силу натяжения нити:

$$T = \frac{(m+M)g}{3}$$

   Второе условие равновесия (правило моментов относительно левого конца рычага $x = 0$): Сумма моментов сил, вращающих рычаг против часовой стрелки (силы F_1 и F_2), равна моменту силы тяжести рычага, вращающей его по часовой

стрелке (плечо силы mg относительно левого конца равно нулю):

$$F_1 \cdot 4a + F_2 \cdot 7a = Mg \cdot 5,5a$$

Подставим $F_1 = 2T$ и $F_2 = T$, а также сократим обе части уравнения на a:

$$2T \cdot 4 + T \cdot 7 = 5,5Mg$$

- $$8T + 7T = 5,5Mg \implies 15T = 5,5Mg$$

4. **Нахождение массы груза m:**
   Подставим выражение $3T = (m + M)g$ в уравнение моментов (заметив, что $15T = 5 \cdot 3T$):

   $$5 \cdot 3T = 5,5Mg \implies 5(m + M)g = 5,5Mg$$

   Разделим обе части на g:

   $$5m + 5M = 5,5M$$

   $$5m = 0,5M \implies m = \frac{0,5}{5}M = 0,1M$$

4. **Вычисление:**

$$m = 0,1 \cdot 360\text{г} = 36\text{г}$$

5.

Ответ:

$$m = 36\text{г}$$

Задача 4. Цепочка грузов

Теоретическое обоснование эксперимента:

Погружённые в воду грузы не касаются дна и стенок стакана, так как удерживаются внешней нитью. По закону Архимеда вода выталкивает каждый погружённый груз объёмом V_1 вверх с силой $F_А = \rho_в g V_1$. По третьему закону Ньютона каждый груз давит на воду вертикально вниз с точно такой же по модулю силой. Следовательно, при погружении N одинаковых грузов дополнительная сила давления на дно стакана (и на весы) составляет $\Delta F = N\rho_в g V_1$, а показания электронных весов равны массе вытесненной воды:

$$m_{пок} = N \cdot \rho_в V_1$$

Зависимость $m_{пок}(N)$ является прямо пропорциональной (линейной, проходящей через начало координат).

1. Построение графика зависимости $m_{пок}(N)$

Для построения графика на миллиметровой бумаге:

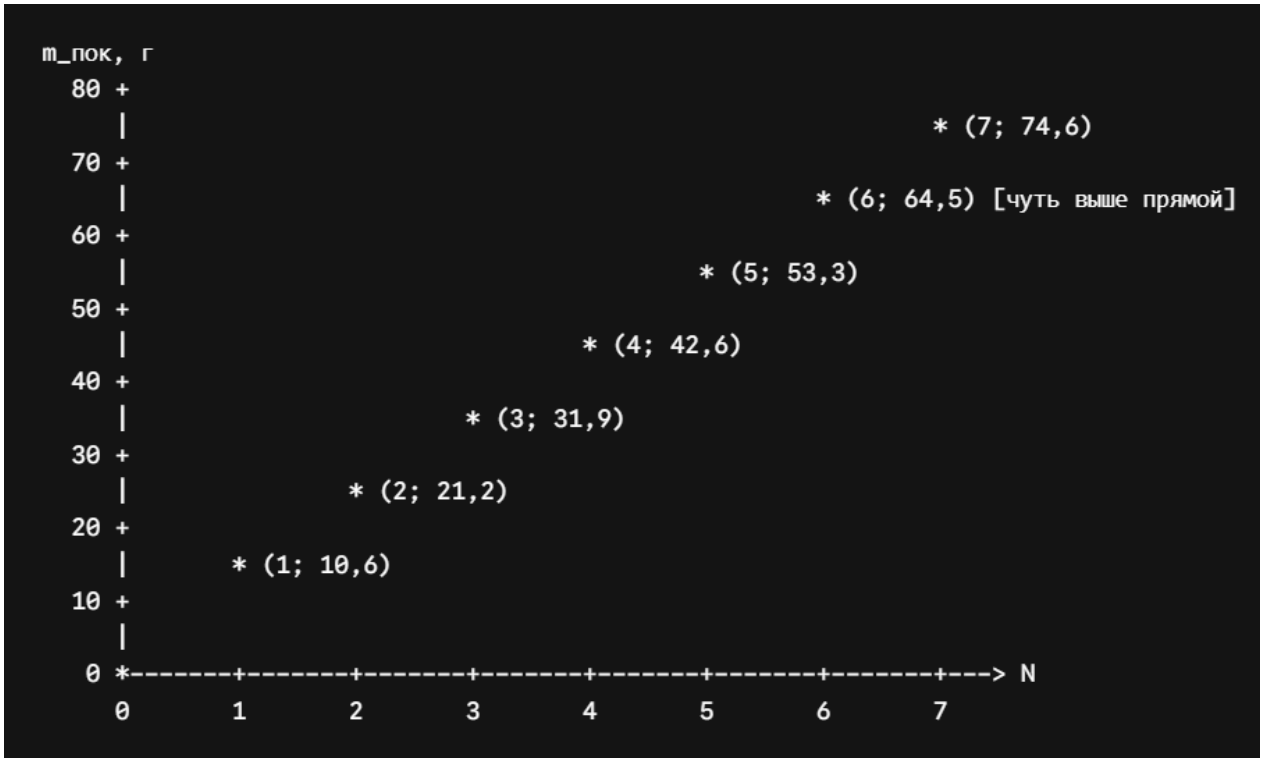
- **Горизонтальная ось (абсцисс):** число погружённых грузов N (безразмерная величина). Масштаб: 2см (20 мелких клеток) на 1 груз (ось от 0 до 7).
- **Вертикальная ось (ординат):** показания весов $m_{пок}$, г. Масштаб: 2см (20 мелких клеток) на 10г (тогда 1мм $= 0,5$г, ось от 0 до 80г).

Нанесём экспериментальные точки из таблицы и проведём аппроксимирующую прямую из начала координат $(0; 0)$ так, чтобы она проходила максимально близко ко всем точкам:

NNN	**000**	**111**	**222**	**333**	**444**	**555**	**666**	**777**
$m_{пок}$, г **(эксперимент)**	0	$10,6$	$21,2$	$31,9$	$42,6$	$53,3$	$64,5$	$74,6$
$m_{пок}$, г **(по прямой** $10,66 \cdot N$**)**	0	$10,66$	$21,32$	$31,98$	$42,64$	$53,30$	$63,96$	$74,62$

Замечание по точкам на графике: Точки $N = 1, 2, 3, 4, 5, 7$ практически идеально

ложатся на прямую $m_{\text{пок}} = 10,66 \cdot N$. Точка $N = 6$ ($m_{\text{пок}} = 64,5\text{г}$) имеет заметный выброс вверх примерно на $0,5\text{г}$ относительно общей линии тренда — при проведении сглаживающей прямой по линейке она остаётся чуть выше линии.



2. Определение объёма одного груза и оценка погрешности

Расчёт углового коэффициента прямой k: Возьмём на проведённой аппроксимирующей прямой две удалённые точки: начало координат $(0; 0)$ и точку при $N = 7$, где ордината прямой составляет $m_{\text{пок}}(7) = 74,6\text{г}$ (или по методу наименьших квадратов с учётом всех точек $k = \frac{\sum N \cdot m_{\text{пок}}}{\sum N^2} = \frac{1495,4}{140} \approx 10,68\text{г}$, а без учёта выброса в 6-й точке $k = \frac{1108,4}{104} \approx 10,66\text{г}$):

$$k = \frac{\Delta m_{\text{пок}}}{\Delta N} = \frac{74,6\text{г}}{7} \approx 10,66\text{г} \approx 10,7\text{г}$$

1.

Объём одного груза V_1: Так как $k = \rho_{\text{в}} V_1$, а плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1,00\text{г}/\text{см}^3$:

$$V_1 = \frac{k}{\rho_в} = \frac{10{,}66\text{г}}{1{,}00\text{г/см}^3} = 10{,}66\text{см}^3 \approx 10{,}7\text{см}^3$$

2.

Оценка погрешности ΔV_1**:** Оценим разброс углового коэффициента по крайним возможным положениям прямой (или по разбросу значений $\frac{m_{пок}}{N}$ от минимального $10{,}60\text{г}$ при $N = 1, 2$ до максимального $10{,}75\text{г}$ при $N = 6$):

$$\Delta k \approx \frac{k_{max} - k_{min}}{2} = \frac{10{,}75 - 10{,}60}{2} \approx 0{,}08\text{г} \approx 0{,}1\text{г}$$

Следовательно, абсолютная погрешность измерения объёма одного груза составляет:

$$\Delta V_1 = 0{,}1\text{см}^3$$

Итоговый результат для объёма одного груза:

$$V_1 = (10{,}7 \pm 0{,}1)\text{см}^3 (\text{допустимазапись} (10{,}66 \pm 0{,}08)\text{см}^3)$$

3.

3. Определение плотности материала грузов

Масса одного груза: Общая масса 7 грузов равна $M_7 = 651\text{г}$. Тогда масса одного груза:

$$m_1 = \frac{M_7}{7} = \frac{651\text{г}}{7} = 93{,}0\text{г}$$

1.

Плотность материала грузов ρ**:** Можно вычислить через полный объём семи грузов $V_7 = 7V_1 = 74{,}6\text{см}^3$ или через параметры одного груза:

$$\rho = \frac{M_7}{7V_1} = \frac{651\text{г}}{74{,}6\text{см}^3} \approx 8{,}73\text{г/см}^3 (\text{или} 8730\text{кг/м}^3)$$

(При подстановке округлённого значения $V_1 = 10{,}7\text{см}^3$*:*

$\rho = \frac{93{,}0\text{г}}{10{,}7\text{см}^3} \approx 8{,}69\text{г/см}^3 \approx 8{,}7\text{г/см}^3$*. Материал грузов — латунь или бронза).*

Оценка погрешности плотности (если требуется в критериях):

$$\Delta\rho = \rho \cdot \frac{\Delta V_1}{V_1} \approx 8,7 \cdot \frac{0,1}{10,7} \approx 0,08\text{г/см}^3 \approx 0,1\text{г/см}^3$$

2.

Ответ к Задаче 4:

1. График представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат с угловым коэффициентом $k \approx 10,66\text{г/груз}$.
2. Объём одного груза: $V_1 = (10,7 \pm 0,1)\text{см}^3$ (или $10,66 \pm 0,08\text{см}^3$).
3. Плотность материала грузов: $\rho \approx 8,7\text{г/см}^3$ (точнее $8,73 \pm 0,08\text{г/см}^3$ или 8730кг/м^3).