

Задание 1.

При каком наименьшем натуральном n выполняется неравенство

$$\sin((n^2 + 5n)^\circ) \cdot \cos((n^2 + 5n)^\circ) < 0?$$

Ответ: _____

Задание 2.

Последовательность задана условиями

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + 3a_n}$$

для всех натуральных n .

Найдите a_{100} .

Ответ: _____

Задание 3.

Пять различных натуральных чисел имеют среднее арифметическое 15, а их медиана равна 18. Найдите наибольшее возможное значение наибольшего из этих пяти чисел.

Ответ: _____

Задание 4.

Основание $ABCD$ четырёхугольной пирамиды $SABCD$ — квадрат со стороной 4, а $SC = 2$ — её высота. Точка P лежит на прямой AS . Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника BDP .

Ответ: _____

Задание 5.

Для каких натуральных значений m уравнение

$$x^2 - (m + 5)x + 3m = 0$$

имеет два различных натуральных корня? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Ответ: _____

Задание 6.

На доске нарисован клетчатый прямоугольник 2×100 . Будем считать две клетки соседними, если они имеют общую сторону. Сколькими способами можно закрасить ровно 99 клеток так, чтобы среди них не было соседних?

Ответ: _____

Задание 7.

В треугольнике ABC $\angle ABC = 53^\circ$, $\angle BAC = 66^\circ$. Точка M является серединой стороны BC . Окружность, касающаяся BC в точке B и отрезка AM , пересекает сторону AB в точке P . Окружность, касающаяся BC в точке C и отрезка AM , пересекает сторону AC в точке Q . Найдите угол APQ . Ответ выразите в градусах.

Ответ: _____

Задание 8.

Приведённый многочлен четвёртой степени $P(x)$ удовлетворяет условиям

$$P(2^n + 1) = 8^n + 1$$

для $n = 1, 2, 3, 4$. Найдите $P(1)$.

Ответ: _____