

**Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике
для 8 класса
2026 — 2027 учебный год**

**Максимальное количество баллов за задачу — 7
Максимальное количество баллов за работу — 56**

Задание № 1 Клон 1

Условие: В соревнованиях по дартсу каждый участник делает 5 бросков и в зачёт идут 4 лучших. За каждый бросок можно получить от 1 до 20 баллов. За 5 бросков Петя суммарно набрал 64 балла. Какой наименьший балл у него может оказаться в зачёте?

Решение: найти наименьшую сумму четырёх лучших бросков — то же, что найти наибольший результат одного худшего броска. $64/5 = 12,8$. Значит, какой-то из бросков принёс Пете не больше 12 очков. Тогда худший заведомо принёс не более 12. С другой стороны, пример на 12 существует: $12 + 4 \cdot 13 = 12 + 52 = 64$.

Ответ: 52.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 1 Клон 2

Условие: В соревнованиях по дартсу каждый участник делает 6 бросков, в зачёт идут 5 лучших. За каждый бросок можно получить от 1 до 20 баллов. Маша за 6 бросков суммарно набрала 75 баллов. Какой наименьший балл у неё может оказаться в зачёте?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 63.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 3

Условие: В соревнованиях по дартсу каждый участник делает 5 бросков и в зачёт идут 4 лучших. За каждый бросок можно получить от 1 до 20 баллов. За 5 бросков Ваня суммарно набрал 71 балл. Какой наименьший балл у него может оказаться в зачёте?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 57.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 4

Условие: В соревнованиях по дартсу каждый участник делает 6 бросков, в зачёт идут 5 лучших. За каждый бросок можно получить от 1 до 20 баллов. Мила за 5 бросков суммарно набрала 81 балл. Какой наименьший балл у неё может оказаться в зачёте?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 68.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 1

Условие: На день рождения к Васе пришло 28 девушек и 27 юношей. Среди собравшихся 56 человек 28 любят чай, остальные — кофе. Миша посчитал, что девушек, которые предпочитают чай, и юношей, которые предпочитают кофе, суммарно 30. Сколько юношей среди собравшихся предпочитают кофе?

Решение: пусть x — число юношей, которые предпочитают кофе. Тогда остальные $28 - x$ юношей предпочитают чай. Отсюда $28 - (28 - x) = x$ — девушек, которые предпочитают чай. Как видим у нас поровну девушек, которые предпочитают чай, и юношей, которые предпочитают кофе. Значит, ответ $30 : 2 = 15$.

Ответ: 15

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 2 Клон 2

Условие: На день рождения к Васе пришло 29 девушек и 28 юношей. Среди собравшихся 58 человек 29 любят чай, остальные — кофе. Миша посчитал, что девушек, которые предпочитают чай, и юношей, которые предпочитают кофе, суммарно 40. Сколько юношей среди собравшихся предпочитают кофе?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 20

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 3

Условие: На день рождения к Васе пришло 36 девушек и 35 юношей. Среди собравшихся 72 человек 36 любят чай, остальные — кофе. Миша посчитал, что девушек, которые предпочитают чай, и юношей, которые предпочитают кофе, суммарно 42. Сколько юношей среди собравшихся предпочитают кофе?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 21

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 4

Условие: На день рождения к Васе пришло 37 девушек и 36 юношей. Среди собравшихся 74 человек 37 любят чай, остальные — кофе. Миша посчитал, что девушек, которые предпочитают чай, и юношей, которые предпочитают кофе, суммарно 46. Сколько юношей среди собравшихся предпочитают кофе?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 23

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 1

Условие: Найдите количество троек $(a; b; c)$ целых чисел, где $1 \leq a, b, c \leq 5$ и оба числа ab и bc чётны.

Здесь тройки рассматриваются с учётом порядка, то есть $(1; 2; 3)$ и $(1; 3; 2)$ считаются различными.

Решение: рассмотрим 2 случая:

1. b — чётно. Тогда ab и bc чётны. Тогда нам подойдут все значения a и c из диапазона. Так как подходящих значений b всего два — 2 и 4, получаем $2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$ троек.
2. b — нечётно. Тогда a и c чётны. Для b имеем 3 значения, для a и c — по 2 значения, всего $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ троек.

Итого $50 + 12 = 62$ тройки.

Ответ: 62.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 3 Клон 2

Условие: Найдите количество троек $(a; b; c)$ целых чисел, где $0 \leq a, b, c \leq 4$ и оба числа ab и bc чётны.

Здесь тройки рассматриваются с учётом порядка, то есть $(1; 2; 3)$ и $(1; 3; 2)$ считаются различными.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 93.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 3

Условие: Найдите количество троек $(a; b; c)$ целых чисел, где $1 \leq a, b, c \leq 5$ и оба числа ab и $b + c$ чётны.

Здесь тройки рассматриваются с учётом порядка, то есть $(1; 2; 3)$ и $(1; 3; 2)$ считаются различными.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 38.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 4

Условие: Найдите количество троек $(a; b; c)$ целых чисел, где $0 \leq a, b, c \leq 4$ и оба числа ab и $b - c$ чётны.

Здесь тройки рассматриваются с учётом порядка, то есть $(1; 2; 3)$ и $(1; 3; 2)$ считаются различными.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 57.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 1

Условие: На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки P и Q соответственно, причём $AC = CP = PQ = QB$. Известно, что $\angle ACB = 104^\circ$. Найдите остальные углы треугольника ABC .

Решение: из равенства отрезков следует равнобедренность треугольников:

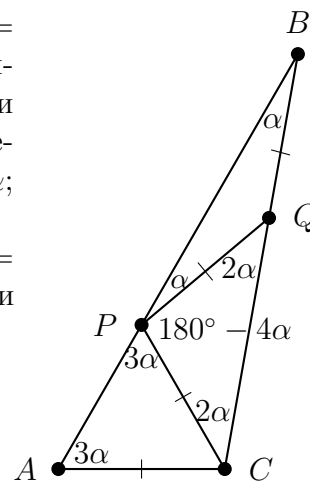
ACP , CPQ и PQB . Пусть $\angle PBQ = \alpha$. Посчитаем остальные углы: $\angle BPQ = \angle PBQ = \alpha$ из равнобедренности треугольника PQB ; $\angle PQC = 2\alpha$ как внешний угол к треугольнику BQP ; $\angle PCQ = \angle PQC = 2\alpha$ из равнобедренности треугольника CPQ ; $\angle QPC = 180 - 2\alpha - 2\alpha = 180 - 4\alpha$ по сумме углов треугольника CPQ ; $\angle APC = 180 - \angle BPQ - \angle QPC = 180 - (\alpha + 180 - 4\alpha) = 3\alpha$; $\angle CAP = \angle APC = 3\alpha$ из равнобедренности треугольника ACP .

Получаем, что $\angle BAC + \angle ABC = \alpha + 3\alpha = 4\alpha$, а так же $\angle BAC + \angle ABC = 180 - \angle ACB = 180 - 104 = 76^\circ$. Значит, $4\alpha = 76$, откуда $\angle ABC = \alpha = 19^\circ$ и $\angle BAC = 3\alpha = 57^\circ$.

Ответ: $\angle BAC = 57^\circ$, $\angle ABC = 19^\circ$.

Критерии:

- Точное совпадение — 76.
- Только один угол посчитан верно — 56.



Задание № 4 Клон 2

Условие: На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки P и Q соответственно, причём $AC = CP = PQ = QB$. Известно, что $\angle ACB = 112^\circ$. Найдите остальные углы треугольника ABC .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $\angle BAC = 51^\circ$, $\angle ABC = 17^\circ$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 3

Условие: На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки P и Q соответственно, причём $AC = CP = PQ = QB$. Известно, что $\angle ACB = 128^\circ$. Найдите остальные углы треугольника ABC .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $\angle BAC = 39^\circ$, $\angle ABC = 13^\circ$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 4

Условие: На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки P и Q соответственно, причём $AC = CP = PQ = QB$. Известно, что $\angle ACB = 136^\circ$. Найдите остальные углы треугольника ABC .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $\angle BAC = 33^\circ$, $\angle ABC = 11^\circ$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 1

Условие: В оркестре 3 скрипача и 4 виолончелиста. На репетиции они садятся ряд случайным образом. Найдите вероятность того, что все скрипачи окажутся справа от всех виолончелистов. Ответ запишите в виде несократимой дроби.

Решение:

Способ I. Вероятность события здесь — количество удачных исходов, делённое на количество всех исходов. Найдём сначала последнее. Количество всех возможных рядов из 7 человек нетрудно получить: определим 7 мест для участников и последовательно будем их усаживать, тогда первый может сесть на любое из 7 мест, второй — любое из оставшихся 6 и т.д., последний садится однозначно, итого $7 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 1 = 7! = 5040$. Аналогично получаем, если все скрипачи справа, то их можно посадить в ряд $3! = 6$ способами, а виолончелистов $4! = 24$ способами. Рассаживаются они независимо друг от друга, потому общее число — $3! \cdot 4!$. Вероятность тогда будет $\frac{3! \cdot 4!}{7!} = \frac{6}{5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{1}{35}$.

Способ II. Число $\frac{3! \cdot 4!}{7!} = \frac{1}{C_7^4}$, где C_7^4 — число сочетаний из 7 по 3, возникает в Способе I неспроста. Пусть, для краткости, С — скрипач, В — виолончелист. Тогда всего есть $C_7^4 = 35$ равновероятных способов расположить их в ряд — выберем 3 места для С, остальные 4 заполнятся автоматически. Из этих 35 нам нужен ровно 1 — СССРВВВВ, откуда ответ.

Ответ: $1/35$.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 5 Клон 2

Условие: В оркестре 4 скрипача и 4 виолончелиста. На репетиции они садятся ряд случайным образом. Найдите вероятность того, что все скрипачи окажутся справа от всех виолончелистов. Ответ запишите в виде несократимой дроби.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $1/70$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 3

Условие: В оркестре 5 скрипачей и 3 виолончелиста. На репетиции они садятся ряд случайным образом. Найдите вероятность того, что все скрипачи окажутся справа от всех виолончелистов. Ответ запишите в виде несократимой дроби.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $1/56$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 4

Условие: В оркестре 6 скрипачей и 3 виолончелиста. На репетиции они садятся ряд случайным образом. Найдите вероятность того, что все скрипачи окажутся справа от всех виолончелистов. Ответ запишите в виде несократимой дроби.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $1/84$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 1

Условие: Найдите все тройки действительных чисел $a \geq b \geq c$ — такие, что $a + b + c = 306$ и $a^2 + b^2 + c = b^2 + c^2 + a = c^2 + a^2 + b$.

Решение: упростим равенство $a^2 + b^2 + c = b^2 + c^2 + a$:

$$a^2 + c = c^2 + a;$$

$$a^2 + c - c^2 - a = 0;$$

$$(a - c)(a + c) - a + c = 0;$$

$$(a - c)(a + c - 1) = 0 \quad (1).$$

Аналогично можно получить:

$$(b - c)(b + c - 1) = 0 \quad (2)$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0 \quad (3)$$

Если в каждом равенстве (1), (2) и (3) первый множитель равен нулю, то получим $a = b = c = 102$.

Пусть в (1) только второй множитель равен нулю, то есть $a + c - 1 = 0$ и следовательно $a + c = 1$. Подставим это в равенство из условия: $a + b + c = 306$ и получим, что $b = 305$. Теперь из (2) либо $b - c = 0$ и находим $c = b = 305$, $a = 306 - b - c = -304$; либо $b + c - 1 = 0$ и находим $c = 1 - b = 1 - 305 = -304$, $a = 306 - b - c = 306 - 305 - (-304) = 305$.

Аналогично, если начать рассуждать со (2) или (3) равенством, то снова получаем набор чисел 305; 305; -304 в разном порядке. Учитывая, что $a \geq b \geq c$, в ответ нужно записать только $a = 305$; $b = 305$; $c = -304$.

Ответ: $a = 102$, $b = 102$, $c = 102$ и $a = 305$, $b = 305$, $c = -304$.

Критерии:

- Точное совпадение — 76.
- Только один верный вариант $a = 102$, $b = 102$, $c = 102$ — 16.
- Только один верный вариант $a = 305$, $b = 305$, $c = -304$ — 66.
- Есть хотя бы один неверный ответ — 06.

Задание № 6 Клон 2

Условие: Найдите все тройки действительных чисел $a \geq b \geq c$ — такие, что $a + b + c = 339$ и $a^2 + b^2 + c = b^2 + c^2 + a = c^2 + a^2 + b$.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $a = 113$, $b = 113$, $c = 113$ и $a = 338$, $b = 338$, $c = -337$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 3

Условие: Найдите все тройки действительных чисел $a \geq b \geq c$ — такие, что $a + b + c = 372$ и $a^2 + b^2 + c = b^2 + c^2 + a = c^2 + a^2 + b$.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $a = 124, b = 124, c = 124$ и $a = 371, b = 371, c = -370$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 4

Условие: Найдите все тройки действительных чисел $a \geq b \geq c$ — такие, что $a + b + c = 381$ и $a^2 + b^2 + c = b^2 + c^2 + a = c^2 + a^2 + b$.

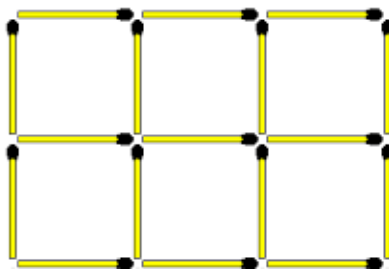
Решение: аналогично клону 1.

Ответ: $a = 127, b = 127, c = 127$ и $a = 380, b = 380, c = -379$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 1

Условие: Лёня выкладывает спички в виде клетчатого прямоугольника, сторона клетки — одна спичка. Например, для прямоугольника 2×3 потребуется 17 спичек.



Прямоугольник какого размера он может выложить, используя ровно 87 спичек?

Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Прямоугольники $a \times b$ и $b \times a$ считаем одинаковыми, в ответ запишите тот, в котором $a \leq b$.

Формат ответа: число + русская буква "х" + число. Без пробелов. Например, $2x3$.

Решение: пусть выложен прямоугольник $a \times b$ спичек. В нём есть $a + 1$ горизонтальных рядов по b спичек и $b + 1$ вертикальных рядов по a спичек. Всего $(a + 1)b + (b + 1)a = 87$. Преобразуем:

$$(a + 1)b + (b + 1)a = 87;$$

$$ab + b + ba + a = 87;$$

$$2ab + a + b = 87;$$

$$4ab + 2a + 2b = 174;$$

$$4ab + 2a + 2b + 1 = 175;$$

$$(2a + 1)(2b + 1) = 175.$$

Число 175 можно представить в виде произведения пары чисел всего тремя способами: $175 = 1 \cdot 175 = 5 \cdot 35 = 7 \cdot 25$. Так как $2a + 1 > 1$, то первый заведомо не подходит. Каждый из оставшихся даёт по ответу (без ограничения общности $a \leq b$):

1) $2a + 1 = 5, 2b + 1 = 35$. Получаем $a = 2, b = 17$.

2) $2a + 1 = 7, 2b + 1 = 25$. Получаем $a = 3, b = 12$.

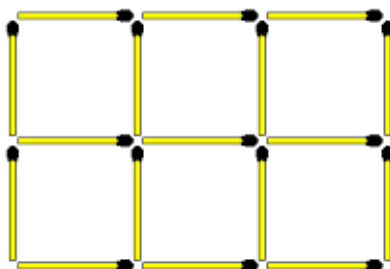
Ответ: $2 \times 17, 3 \times 12$.

Критерии:

- Точное совпадение — 7б.
- Только один верный вариант — 3б.
- Есть хотя бы один неверный ответ — 0б.

Задание № 7 Клон 2

Условие: Лёня выкладывает спички в виде клетчатого прямоугольника, сторона клетки — одна спичка. Например, для прямоугольника 2×3 потребуется 17 спичек.



Прямоугольник какого размера он может выложить, используя ровно 121 спичку?

Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Прямоугольники $a \times b$ и $b \times a$ считаем одинаковыми, в ответ запишите тот, в котором $a \leq b$.

Формат ответа: число + русская буква "х" + число. Без пробелов. Например, $2x3$.

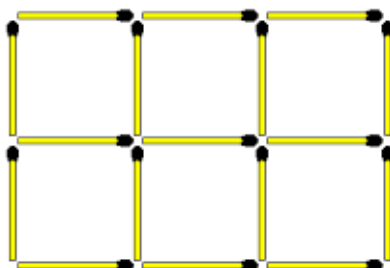
Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 1×40 , 4×13 .

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 3

Условие: Лёня выкладывает спички в виде клетчатого прямоугольника, сторона клетки — одна спичка. Например, для прямоугольника 2×3 потребуется 17 спичек.



Прямоугольник какого размера он может выложить, используя ровно 137 спичек?

Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Прямоугольники $a \times b$ и $b \times a$ считаем одинаковыми, в ответ запишите тот, в котором $a \leq b$.

Формат ответа: число + русская буква "х" + число. Без пробелов. Например, $2x3$.

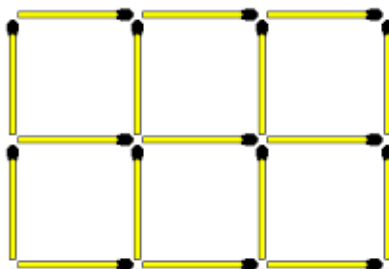
Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 2×27 , 5×12 .

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 4

Условие: Лёня выкладывает спички в виде клетчатого прямоугольника, сторона клетки — одна спичка. Например, для прямоугольника 2×3 потребуется 17 спичек.



Прямоугольник какого размера он может выложить, используя ровно 122 спички?

Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Прямоугольники $a \times b$ и $b \times a$ считаем одинаковыми, в ответ запишите тот, в котором $a \leq b$.

Формат ответа: число + русская буква "х" + число. Без пробелов. Например, 2×3 .

Решение: аналогично клону 1.

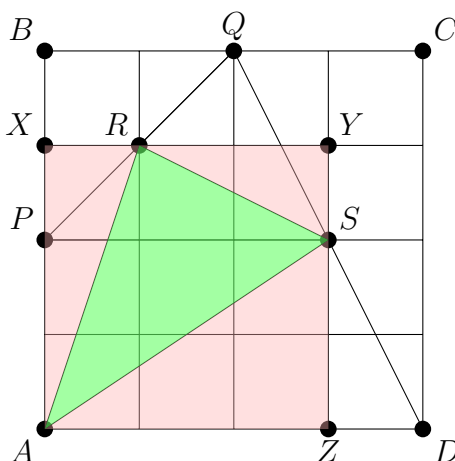
Ответ: $2 \times 24, 3 \times 17$.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 1

Условие: Дан квадрат $ABCD$ со стороной 20. P — середина AB , Q — середина BC , R — середина PQ , S — середина QD . Найдите площадь треугольника ARS .

Решение: разобьем квадрат $ABCD$ на 16 маленьких квадратов, как показано на рисунке.



Тогда сторона маленького квадрата $20 : 4 = 5$, а площадь $5 \times 5 = 25$. Заметим, что все точки из условия попали в узлы сетки. Отметим дополнительно точки X , Y и Z как на рисунке. Посчитаем, сколько маленьких квадратов составляет площадь треугольника ARS :

$$S_{ARS} = S_{AXYZ} - S_{AXR} - S_{RYS} - S_{ASZ} = 9 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3,5$$

Тогда искомая площадь $3,5 \cdot 25 = 87,5$.

Ответ: 87,5.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 8 Клон 2

Условие: Дан квадрат $ABCD$ со стороной 28. P — середина AB , Q — середина BC , R — середина PQ , S — середина CD . Найдите площадь треугольника ARS .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 245.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 3

Условие: Дан квадрат $ABCD$ со стороной 36. P — середина AB , Q — середина BC , R — середина PQ , S — середина PD . Найдите площадь треугольника ARS .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 202,5.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 4

Условие: Дан квадрат $ABCD$ со стороной 44. P — середина AB , Q — середина BC , R — середина PC , S — середина QD . Найдите площадь треугольника ARS .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 302,5.

Критерии: аналогичны клону 1.

