

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике для 7 класса

2026 — 2027 учебный год

Максимальное количество баллов за задачу — 7

Максимальное количество баллов за работу — 56

Задание № 1 Клон 1

Условие: У Максима десять контрольных работ за учебный год. Он может получить максимум 100 баллов за каждую контрольную. Средний балл за первые восемь контрольных работ Максима равен 80, а средний балл за все контрольные работы Максима равен N . Чему равно максимально возможное значение N ?

Решение: в сумме за первые 8 контрольных работ Максим набрал $8 \cdot 80 = 640$ баллов. Пусть a и b — баллы за девятую и десятую контрольные. Тогда средний балл за 10 контрольных:

$\frac{640+a+b}{10} \leq \frac{640+100+100}{10} = 84$, что достигается при $a = b = 100$.

Ответ: 84.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 1 Клон 2

Условие: У Максима десять контрольных работ за учебный год. Он может получить максимум 100 баллов за каждую контрольную. Средний балл за первые восемь контрольных работ Максима равен 90, а средний балл за все контрольные работы Максима равен N . Чему равно максимально возможное значение N ?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 92.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 3

Условие: У Максима десять контрольных работ за учебный год. Он может получить максимум 100 баллов за каждую контрольную. Средний балл за первые восемь контрольных работ Максима равен 70, а средний балл за все контрольные работы Максима равен N . Чему равно максимально возможное значение N ?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 76.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 4

Условие: У Максима десять контрольных работ за учебный год. Он может получить максимум 100 баллов за каждую контрольную. Средний балл за первые восемь контрольных работ Максима равен 60, а средний балл за все контрольные работы Максима равен N . Чему равно максимально возможное значение N ?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 68.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 1

Условие: В кондитерской несколько витрин, на каждой витрине одинаковое число подносов, а на каждом подносе одинаковое число пирожных. Пирожных на подносе больше, чем подносов на

витрине, подносов на витрине больше, чем число витрин, а витрин больше одной. Известно, что общее число пирожных — 138.

- а) Найдите число витрин;
- б) Найдите общее число подносов.

Решение: пусть в кондитерской v витрин, на каждой витрине p подносов, а на каждом подносе n пирожных. Общее число подносов — количество подносов на витрине, умноженное на количество витрин, то есть $p \cdot v$. Аналогично общее число пирожных $n \cdot p \cdot v = 138$. Разложим 138 на простые множители: $n \cdot p \cdot v = 2 \cdot 3 \cdot 23$. Так как по условию $n > p > v > 1$, то у каждого из чисел n, p, v в разложении есть хотя бы один простой множитель, а в произведении ровно три простых множителя. Значит, n, p, v — простые числа. Учитывая, что они упорядочены, получаем: $n = 23, p = 3, v = 2$.

- а) Число витрин — $v = 2$.
- б) Общее число подносов — $v \cdot p = 2 \cdot 3 = 6$.

Ответ: а) 2; б) 6.

Критерии:

- Точное совпадение — 7б.
- Верный ответ в пункте а) — 3б.
- Верный ответ в пункте б) — 4б.

Задание № 2 Клон 2

Условие: В кондитерской несколько витрин, на каждой витрине одинаковое число подносов, а на каждом подносе одинаковое число пирожных. Пирожных на подносе больше, чем подносов на витрине, подносов на витрине больше, чем число витрин, а витрин больше одной. Известно, что общее число пирожных — 195.

- а) Найдите число витрин;
- б) Найдите общее число подносов.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 3; б) 15.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 3

Условие: В кондитерской несколько витрин, на каждой витрине одинаковое число подносов, а на каждом подносе одинаковое число пирожных. Пирожных на подносе больше, чем подносов на витрине, подносов на витрине больше, чем число витрин, а витрин больше одной. Известно, что общее число пирожных — 385.

- а) Найдите число витрин;
- б) Найдите общее число подносов.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 5; б) 35.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 4

Условие: В кондитерской несколько витрин, на каждой витрине одинаковое число подносов, а на каждом подносе одинаковое число пирожных. Пирожных на подносе больше, чем подносов на витрине, подносов на витрине больше, чем число витрин, а витрин больше одной. Известно, что общее число пирожных — 231.

- а) Найдите число витрин;
- б) Найдите общее число подносов.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 3; б) 21.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 1

Условие: Семиклассники языковой гимназии изучают английский, немецкий и французский языки, причём каждый из 100 учеников в параллели изучает как минимум два иностранных языка. Известно, что английский изучает 79 учеников, немецкий — 69, а французский — 71. Сколько учеников изучают все три иностранных языка?

Решение: давайте сложим количества учеников, изучающих какой-то язык: $79 + 69 + 71 = 219$. Поскольку каждый ученик изучает как минимум два иностранных языка, то в этом числе посчитаны по 2 раза те, кто изучает ровно 2 языка, и по 3 раза те, кто изучает ровно 3 языка. Следовательно, если отсюда вычесть удвоенное количество всех учеников, то останутся посчитанными только те ученики, которые изучают все три иностранных языка, причём по одному разу, значит, их $219 - 2 \cdot 100 = 19$.

Ответ: 19.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 3 Клон 2

Условие: Семиклассники языковой гимназии изучают английский, немецкий и французский языки, причём каждый из 130 учеников в параллели изучает как минимум два иностранных языка. Известно, что английский изучают 106 учеников, немецкий — 89, французский — 81. Сколько учеников изучают все три иностранных языка?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 16.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 3

Условие: Семиклассники языковой гимназии изучают английский, немецкий и французский языки, причём каждый из 110 учеников в параллели изучает как минимум два иностранных языка. Известно, что английский изучают 92 ученика, немецкий — 78, французский — 72. Сколько учеников изучают все три иностранных языка?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 22.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 4

Условие: Семиклассники языковой гимназии изучают английский, немецкий и французский языки, причём каждый из 125 учеников в параллели изучает как минимум два иностранных языка. Известно, что английский изучают 103 ученика, немецкий — 86, французский — 79. Сколько учеников изучают все три иностранных языка?

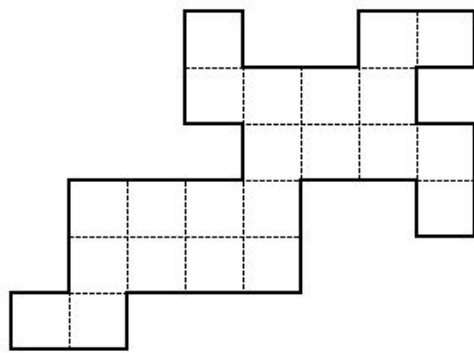
Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 18.

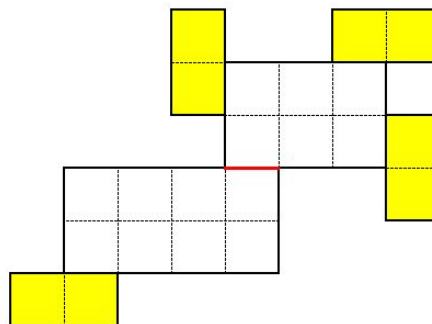
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 1

Условие: Сколькими способами можно разрезать изображённую фигуру на прямоугольники 1×2 или 2×1 ?

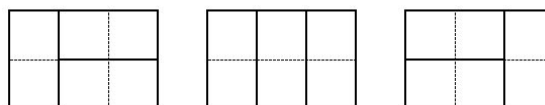


Решение:

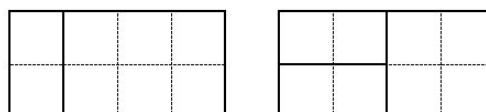


Заметим, что клетки, которые имеют только одну соседнюю по стороне, должны быть вместе с ней одной доминошкой (прямоугольник 1×2 или 2×1), поэтому однозначно вырезаются 4 жёлтых доминошки. Посмотрим на красную линию, разделяющую верхний прямоугольник 2×3 и нижний размером 2×4 . Если бы эта линия содержалась бы внутри доминошки, то верхняя и нижняя части были бы друг с другом не связаны, при этом содержали бы нечётное количество клеток, поэтому их нельзя было бы разрезать на доминошки. Значит, число способов равно произведению числа способов разрезать 2×3 и 2×4 на доминошки.

Начнём с 2×3 : если слева вырезали одну вертикальную, то остаётся квадрат 2×2 , который можно разрезать двумя способами (две вертикальных или две горизонтальных доминошки). Иначе слева вырезали 2 горизонтальных и правее них остаётся однозначно вырезанная вертикальная доминошка. Итого 3 способа (см. рисунок).



В 2×4 : если слева вырезали одну вертикальную, то остаётся прямоугольник 2×3 , который можно разрезать тремя способами. Иначе слева вырезали 2 горизонтальных и правее них остаётся квадрат 2×2 , который можно разрезать двумя способами. Итого 5 способов.

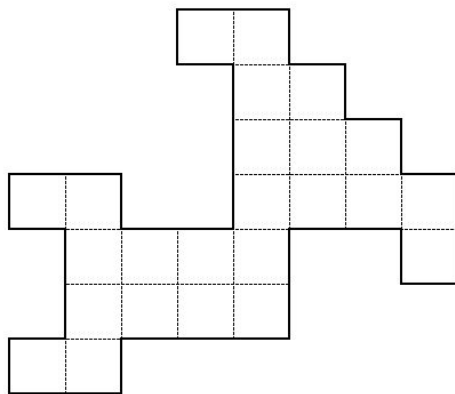


Отсюда получаем ответ $3 \cdot 5 = 15$.

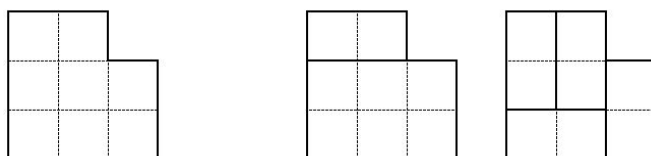
Ответ: 15.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Условие: Сколькими способами можно разрезать изображённую фигуру на прямоугольники 1×2 или 2×1 ?



Решение: комбинаторное отличие данного клона заключается в подсчёте количества способов разрезать на доминошки фигуру из 8 клеток (см. ниже).



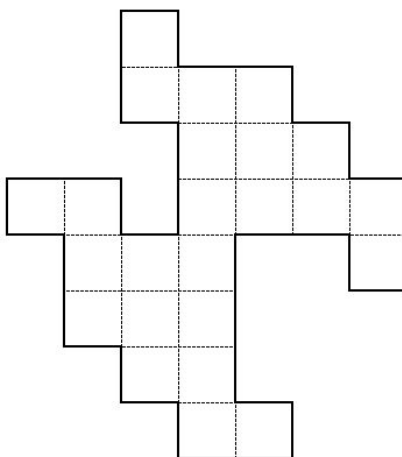
Докажем, что число способов равно 4. Действительно, если верхние две клетки занимает одна горизонтальная доминошка, то остаётся прямоугольник 2×3 , который можно разрезать тремя способами. Иначе из верхнего левого угла вырезаны две вертикальные доминошки, тогда снизу слева должна быть однозначно вырезана горизонтальная доминошка, а также справа одна вертикальная. Таким образом, всего $3 + 1 = 4$ способа.

Ответ: 20.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 3

Условие: Сколькими способами можно разрезать изображённую фигуру на прямоугольники 1×2 или 2×1 ?



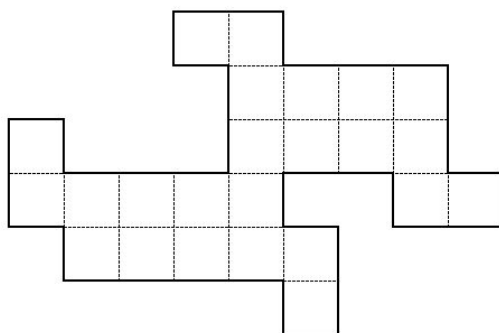
Решение: аналогично клону 2.

Ответ: 16.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 4

Условие: Сколькими способами можно разрезать изображённую фигуру на прямоугольники 1×2 или 2×1 ?



Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 25.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 1

Условие: Маша и Даша бегут по круговой дорожке по часовой стрелке, каждая девочка с постоянной скоростью. Маша может пробежать круг за t секунд, а Даша — за 60 секунд. Они стартуют из диаметрально противоположных точек. К моменту их первой встречи Маша пробежала ровно 30 кругов. Чему могло быть равно t ? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Решение: в задаче возможны два случая: либо Маша бежит быстрее и догоняет Дашу; либо Даша бежит быстрее и догоняет Машу.

Рассмотрим случай, когда скорость Маши больше скорости Даши. Тогда к моменту первой встречи Маша догнала Дашу. Изначально между ними было расстояние в полкруга, а значит, Даша пробежала на полкруга меньше, то есть 29,5 кругов. Теперь можем посчитать общее время бега — $29,5 \cdot 60 = 1770$ секунд. Следовательно, Маша один круг пробегает за $1770 : 30 = 59$ секунд.

Рассмотрим случай, когда скорость Даши больше скорости Маши. Тогда к моменту первой встречи Даша догнала Машу. Изначально между ними было расстояние в полкруга, а значит, Даша пробежала на полкруга больше, то есть 30,5 кругов. Теперь можем посчитать общее время бега — $30,5 \cdot 60 = 1830$ секунд. Следовательно, Маша один круг пробегает за $1830 : 30 = 61$ секунду.

Ответ: 59; 61.

Критерии:

- Точное совпадение — 76.
- Только один верный вариант — 36.
- Есть хотя бы один неверный ответ — 06.

Задание № 5 Клон 2

Условие: Маша и Даша бегут по круговой дорожке по часовой стрелке, каждая девочка с постоянной скоростью. Маша может пробежать круг за t секунд, а Даша — за 70 секунд. Они стартуют из диаметрально противоположных точек. К моменту их первой встречи Маша пробежала ровно 35 кругов. Чему могло быть равно t ? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 69; 71.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 3

Условие: Маша и Даша бегут по круговой дорожке по часовой стрелке, каждая девочка с постоянной скоростью. Маша может пробежать круг за t секунд, а Даша — за 80 секунд. Они стартуют из диаметрально противоположных точек. К моменту их первой встречи Маша пробежала ровно 20 кругов. Чему могло быть равно t ? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 78; 82.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 4

Условие: Маша и Даша бегут по круговой дорожке по часовой стрелке, каждая девочка с постоянной скоростью. Маша может пробежать круг за t секунд, а Даша — за 100 секунд. Они стартуют из диаметрально противоположных точек. К моменту их первой встречи Маша пробежала ровно 25 кругов. Чему могло быть равно t ? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Решение: аналогично клону 1.

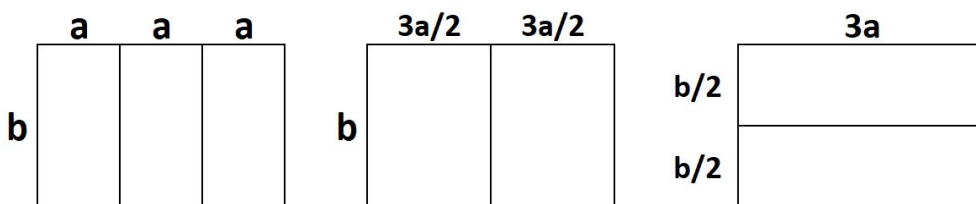
Ответ: 98; 102.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 1

Условие: Прямоугольник разбили на 3 одинаковых прямоугольника, проведя два параллельных отрезка. Периметр каждого из этих трёх прямоугольников равен 140 см. Потом исходный прямоугольник разбили на 2 одинаковых прямоугольника с периметром, равным 160 см. Чему может быть равен периметр исходного прямоугольника? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Ответ выразите в сантиметрах.

Решение: пусть одна из сторон прямоугольника равна $3a$ см, другая — b см. Разделим его на 3 одинаковых прямоугольника размера $a \times b$ (см. левый рисунок). Из условия $a + b = 70$. Разбить исходный прямоугольник на 2 одинаковых можно двумя способами: разделить пополам вертикальной или горизонтальной линией. Рассмотрим оба варианта.



1) Провели вертикальную линию (см. центральный рисунок). Тогда размеры прямоугольника $\frac{3a}{2} \times b$. Из условия $\frac{3a}{2} + b = 80$. Вычтем из этого равенства $a + b = 70$ и получим, что $\frac{a}{2} = 10$, откуда $a = 20, b = 50$, а периметр исходного прямоугольника равен $2 \cdot (3a + b) = 220$ см.

2) Горизонтальную линию (см. правый рисунок). Тогда размеры прямоугольника $3a \times \frac{b}{2}$. Из условия $3a + \frac{b}{2} = 80$. Умножим обе части равенства на 2: $6a + b = 160$. Вычтем из него $a + b = 70$ и получим, что $5a = 90$, откуда $a = 18, b = 52$, а периметр исходного прямоугольника равен $2 \cdot (3a + b) = 212$ см.

Ответ: 212; 220.

Критерии:

- Точное совпадение — 76.
- Только один верный вариант — 36.

- Есть хотя бы один неверный ответ — 06.

Задание № 6 Клон 2

Условие: Прямоугольник разбили на 3 одинаковых прямоугольника, проведя два параллельных отрезка. Периметр каждого из этих трёх прямоугольников равен 130 см. Потом исходный прямоугольник разбили на 2 одинаковых прямоугольника с периметром, равным 150 см. Чему может быть равен периметр исходного прямоугольника? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Ответ выразите в сантиметрах.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 198; 210.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 3

Условие: Прямоугольник разбили на 3 одинаковых прямоугольника, проведя два параллельных отрезка. Периметр каждого из этих трёх прямоугольников равен 140 см. Потом исходный прямоугольник разбили на 2 одинаковых прямоугольника с периметром, равным 170 см. Чему может быть равен периметр исходного прямоугольника? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Ответ выразите в сантиметрах.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 220; 260.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 4

Условие: Прямоугольник разбили на 3 одинаковых прямоугольника, проведя два параллельных отрезка. Периметр каждого из этих трёх прямоугольников равен 150 см. Потом исходный прямоугольник разбили на 2 одинаковых прямоугольника с периметром, равным 180 см. Чему может быть равен периметр исходного прямоугольника? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Ответ выразите в сантиметрах.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 234; 270.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 1

Условие: В комнате находятся двадцать человек: a мужчин и b женщин. Каждая пара мужчин пожимает друг другу руки, и каждая пара женщин пожимает друг другу руки, но между мужчинами и женщинами рукопожатий нет. Общее количество рукопожатий равно 106. Найдите произведение $a \cdot b$.

Решение: если среди собравшихся каждый пожмёт руку каждому, то получится $\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$ рукопожатий. Действительно, у каждого из 20 человек будет 19 рукопожатий, а в сумме $20 \cdot 19$. Однако каждое рукопожатие происходит между двумя людьми, поэтому мы посчитали каждое из них дважды.

Если каждый из собравшихся a мужчин пожмёт руку каждой из b женщин, то всего получится $a \cdot b$ рукопожатий между мужчинами и женщинами.

Все рукопожатия можно разбить на три типа: между женщинами, между мужчинами и между мужчинами и женщинами. Рукопожатий первых двух типов в сумме по условию 106. Тогда рукопожатий между мужчинами и женщинами будет $190 - 106 = 84$.

Ответ: 84.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 7 Клон 2

Условие: В комнате находятся тридцать человек: a мужчин и b женщин. Каждая пара мужчин пожимает друг другу руки, и каждая пара женщин пожимает друг другу руки, но между мужчинами и женщинами рукопожатий нет. Общее количество рукопожатий равно 259. Найдите произведение $a \cdot b$.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 176.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 3

Условие: В комнате находятся двадцать пять человек: a мужчин и b женщин. Каждая пара мужчин пожимает друг другу руки, и каждая пара женщин пожимает друг другу руки, но между мужчинами и женщинами рукопожатий нет. Общее количество рукопожатий равно 186. Найдите произведение $a \cdot b$.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 114.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 4

Условие: В комнате находятся двадцать восемь человек: a мужчин и b женщин. Каждая пара мужчин пожимает друг другу руки, и каждая пара женщин пожимает друг другу руки, но между мужчинами и женщинами рукопожатий нет. Общее количество рукопожатий равно 263. Найдите произведение $a \cdot b$.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 115.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 1

Условие: Назовём *суммой подмножеств* числа сумму всех чисел, получаемых из исходного числа вычёркиванием некоторых цифр, а также изначального числа. Например, для числа 123 сумма подмножеств равна $123 + 12 + 23 + 13 + 1 + 2 + 3 = 177$, а для числа 122 — $122 + 12 + 22 + 12 + 1 + 2 + 2 = 173$. Сколько разных значений принимает сумма подмножеств для чисел из промежутка от 511 до 597 включительно?

Решение: распишем сумму подмножеств для трёхзначного числа $\overline{abc}$:

$$\overline{abc} + \overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc} + a + b + c = 100a + 10b + c + 10a + b + 10a + c + 10b + c + a + b + c = 121a + 22b + 4c.$$

Докажем, что все полученные суммы различны. Предположим противное: нашлись два различных числа $\overline{abc}$ и $\overline{a_1b_1c_1}$, для которых $121a + 22b + 4c = 121a_1 + 22b_1 + 4c_1$. Тогда $11(11a - 11a_1 + 2b - 2b_1) = 4(c_1 - c)$, следовательно, $4(c_1 - c)$ делится на 11, поэтому $c_1 - c$ делится на 11, но $-9 \leq c_1 - c \leq 9$, значит, $c_1 - c = 0$. Подставим:

$$11(11a - 11a_1 + 2b - 2b_1) = 0 \Rightarrow 11a - 11a_1 + 2b - 2b_1 = 0 \Rightarrow 11(a - a_1) = 2(b_1 - b).$$

Теперь $2(b_1 - b)$ делится на 11, откуда аналогично получаем, что $b_1 = b$. Отсюда $a_1 = a$, то есть числа совпадают. Противоречие.

Поэтому разных значений ровно столько, сколько всего чисел в условии: $597 - 511 + 1 = 87$.

Ответ: 87.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 8 Клон 2

Условие: Назовём *суммой подмножеств* числа сумму всех чисел, получаемых из исходного числа вычёркиванием некоторых цифр, а также изначального числа. Например, для числа 123 сумма подмножеств равна $123 + 12 + 23 + 13 + 1 + 2 + 3 = 177$, а для числа 122 — $122 + 12 + 22 + 12 + 1 + 2 + 2 = 173$. Сколько разных значений принимает сумма подмножеств для чисел из промежутка от 423 до 485 включительно?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 63.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 3

Условие: Назовём *суммой подмножеств* числа сумму всех чисел, получаемых из исходного числа вычёркиванием некоторых цифр, а также изначального числа. Например, для числа 123 сумма подмножеств равна $123 + 12 + 23 + 13 + 1 + 2 + 3 = 177$, а для числа 122 — $122 + 12 + 22 + 12 + 1 + 2 + 2 = 173$. Сколько разных значений принимает сумма подмножеств для чисел из промежутка от 632 до 683 включительно?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 52.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 4

Условие: Назовём *суммой подмножеств* числа сумму всех чисел, получаемых из исходного числа вычёркиванием некоторых цифр, а также изначального числа. Например, для числа 123 сумма подмножеств равна $123 + 12 + 23 + 13 + 1 + 2 + 3 = 177$, а для числа 122 — $122 + 12 + 22 + 12 + 1 + 2 + 2 = 173$. Сколько разных значений принимает сумма подмножеств для чисел из промежутка от 704 до 778 включительно?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 75.

Критерии: аналогичны клону 1.

