

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике для 6 класса

2026 — 2027 учебный год

Максимальное количество баллов за задачу — 7

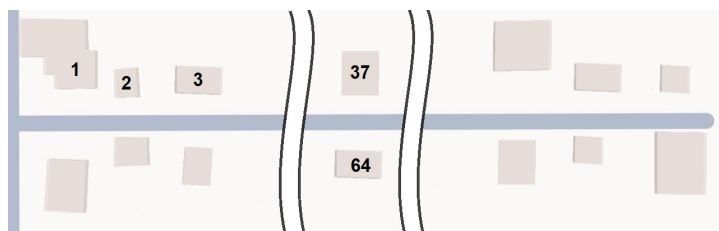
Максимальное количество баллов за работу — 56

Задание № 1 Клон 1

Условие: Прямая улица заканчивается тупиком. На этой улице дома расположены точно друг напротив друга. На одной стороне они пронумерованы 1, 2, 3 и т. д., а нумерация по другой стороне продолжается от тупика. Дом № 37 находится напротив дома № 64.

а) Сколько всего домов на этой улице?

б) Какой номер у дома, стоящего напротив дома № 22?



Решение:

Способ I. Пусть всего домов n . Напротив дома № 1 находится дом № n , сумма их номеров равна $n + 1$. У следующей пары тоже: $2 + (n - 1) = n + 1$. Аналогично для всех таких пар. Значит, $n + 1 = 37 + 64$, откуда $n = 100$, а напротив дома № 22 находится № $79 = 100 + 1 - 22$.

Способ II. Пройдём по улице от 1-го и остановимся перед 37-м домом. Мы прошли мимо 36 домов по левой стороне, значит, по правой тоже. То есть после 64-го ещё 36, а всего $64 + 36 = 100$ домов. Остановившись перед домом № 22, получаем напротив № $79 = 100 - 21$.

Ответ: а) 100; б) 79.

Критерии:

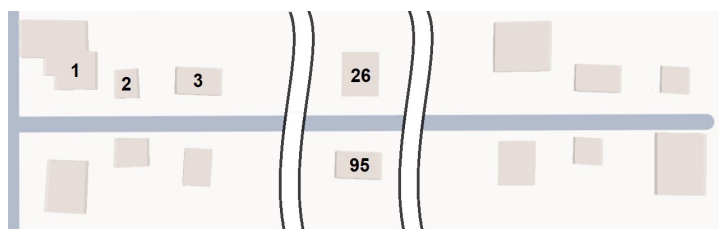
- Точное совпадение — 76.
- Верный ответ в пункте а) — 46.
- Верный ответ в пункте б) — 36.

Задание № 1 Клон 2

Условие: Прямая улица заканчивается тупиком. На этой улице дома расположены точно друг напротив друга. На одной стороне они пронумерованы 1, 2, 3 и т. д., а нумерация по другой стороне продолжается от тупика. Дом № 26 находится напротив дома № 95.

а) Сколько всего домов на этой улице?

б) Какой номер у дома, стоящего напротив дома № 44?



Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 120; б) 77.

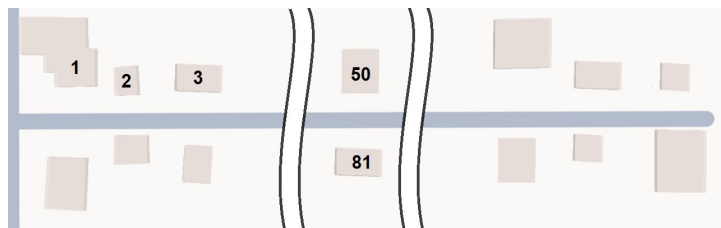
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 3

Условие: Прямая улица заканчивается тупиком. На этой улице дома расположены точно друг напротив друга. На одной стороне они пронумерованы 1, 2, 3 и т. д., а нумерация по другой стороне продолжается от тупика. Дом № 50 находится напротив дома № 81.

а) Сколько всего домов на этой улице?

б) Какой номер у дома, стоящего напротив дома № 66?



Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 130; б) 65.

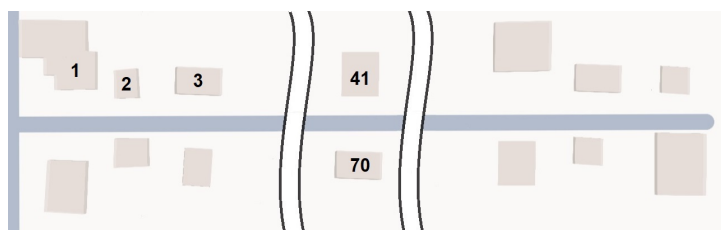
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 4

Условие: Прямая улица заканчивается тупиком. На этой улице дома расположены точно друг напротив друга. На одной стороне они пронумерованы 1, 2, 3 и т. д., а нумерация по другой стороне продолжается от тупика. Дом № 41 находится напротив дома № 70.

а) Сколько всего домов на этой улице?

б) Какой номер у дома, стоящего напротив дома № 88?



Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 110; б) 23.

Критерии: аналогичны клону 1.

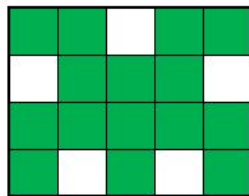
Задание № 2 Клон 1

Условие: Назовём клетчатую фигуру *связной*, если в ней из любой клетки можно дойти до любой другой клетки, переходя каждый раз к соседней клетке (имеющей с предыдущей общую сторону).

Дан клетчатый прямоугольник 4×5 . Отметьте несколько клеток так, чтобы получилась связная клетчатая фигура с периметром, равным 28.

Решение: заметим, что если из исходной фигуры вырезать на границе одну клетку 1×1 , не являющуюся угловой, то весь периметр увеличивается на 2. Поскольку изначальный периметр равен $2 \cdot (4 + 5) = 18$, то для примера достаточно отметить все клетки кроме $\frac{28 - 18}{2} = 5$ граничных не угловых, не нарушая связность фигуры.

Ответ:



Критерии: Любой верный пример — 7б.

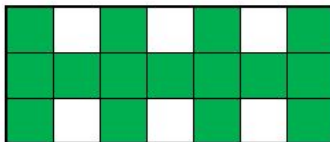
Задание № 2 Клон 2

Условие: Назовём клетчатую фигуру *связной*, если в ней из любой клетки можно дойти до любой другой клетки, переходя каждый раз к соседней клетке (имеющей с предыдущей общую сторону).

Дан клетчатый прямоугольник 3×7 . Отметьте несколько клеток так, чтобы получилась связная клетчатая фигура с периметром, равным 32.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ:



Критерии: аналогичны клону 1.

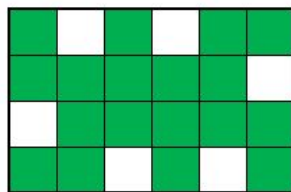
Задание № 2 Клон 3

Условие: Назовём клетчатую фигуру *связной*, если в ней из любой клетки можно дойти до любой другой клетки, переходя каждый раз к соседней клетке (имеющей с предыдущей общую сторону).

Дан клетчатый прямоугольник 4×6 . Отметьте несколько клеток так, чтобы получилась связная клетчатая фигура с периметром, равным 32.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ:



Критерии: аналогичны клону 1.

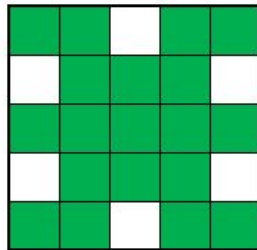
Задание № 2 Клон 4

Условие: Назовём клетчатую фигуру *связной*, если в ней из любой клетки можно дойти до любой другой клетки, переходя каждый раз к соседней клетке (имеющей с предыдущей общую сторону).

Дан клетчатый квадрат 5×5 . Отметьте несколько клеток так, чтобы получилась связная клетчатая фигура с периметром, равным 32.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ:



Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 1

Условие: Заяц и Волк стартуют одновременно и бегут по очень большому кругу в одном направлении. Скорость Зайца 8 м/с, скорость Волка 10 м/с. Во время второго круга у Зайца развязались шнурки, на перевязку которых он потратил 20 секунд. На сколько секунд раньше теперь Волк догонит Зайца по сравнению с ситуацией, когда Зайцу не нужно было бы делать вынужденную остановку?

Решение: когда бегут оба, Волк догоняет Зайца со скоростью $v = 10 - 8 = 2$ м/с. Тем самым Волк обгоняет Зайца на круг за время $t_0 = \frac{1 \text{ круг}}{2 \text{ м/с}}$. За счёт остановки Зайца, Волку для обгона нужно преодолеть на $8 \cdot 20 = 160$ м меньше, и разница во времени будет $t = \frac{8 \cdot 20}{2} = 80$ с.

Ответ: 80.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 3 Клон 2

Условие: Кошка и мышка стартуют одновременно и бегут по очень большому по кругу в одном направлении. Скорость мышки 6 м/с, скорость кошки 9 м/с. Во время второго круга мышка запуталась в своём хвосте, и она выпутывалась в течение 20 секунд. На сколько секунд раньше теперь кошка догонит мышку по сравнению с ситуацией, когда той не нужно было бы делать вынужденную остановку?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 40.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 3

Условие: Чиж и стриж стартуют одновременно и летят по очень большому кругу в одном направлении. Скорость чижа 20 м/с, скорость стрижа 30 м/с. Во время второго круга чиж сел поправить перья, на что потратил 25 секунд. На сколько секунд раньше теперь стриж догонит чижа по сравнению с ситуацией, когда чижу не нужно было бы делать вынужденную посадку?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 50.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 4

Условие: Улитка и черепаха стартуют одновременно и ползут по очень большому кругу в одном направлении. Скорость улитки 12 мм/с, скорость черепахи 15 мм/с. Во время второго круга улитка остановилась перекусить листком, на что потратила 30 секунд. На сколько секунд раньше теперь черепаха догонит улитку по сравнению с ситуацией, когда улитке не нужно делать перерыв на обед?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 120.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 1

Условие: У Коли есть 25 рублей. Он пришёл в магазин, в котором продавались шарики семи различных цветов стоимостью 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 рублей. Сколькими способами он может купить наибольшее количество шариков разных цветов? Коля не обязан потратить все деньги.

Решение: Коля может купить 3 шарика, но на 4 ему денег не хватит, поскольку сумма четырёх самых дешёвых равна $6 + 7 + 8 + 9 = 30$ рублей. Будем перебирать варианты в зависимости от цены самого дорогого шарика.

1) 12 рублей. Тогда остаётся 13, на которые можно купить только шарики стоимостью 6 и 7 рублей.

2) 11 рублей. Тогда не более 14 рублей дадут 2 способа: $6 + 7$ и $6 + 8$.

3) 10 рублей. Тогда не более 15 рублей — 4 способа: $6 + 7$; $6 + 8$; $6 + 9$; $7 + 8$.

4) 9 рублей. Тогда не более 16 рублей — 3 способа: $6 + 7$; $6 + 8$; $7 + 8$.

5) 8 рублей. Тогда остаётся только возможность купить шарики стоимостью 6 и 7 рублей.

Итого: $1 + 2 + 4 + 3 + 1 = 11$ способов.

Ответ: 11.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 4 Клон 2

Условие: У Димы есть 24 рубля. Он пришёл в магазин, в котором продавались значки семи различных цветов стоимостью 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12 рублей. Сколькими способами он может купить наибольшее количество шариков разных цветов? Дима не обязан потратить все деньги.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 13.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 3

Условие: У Алисы есть 21 рубль. Она пришла в магазин, в котором продавались значки семи различных цветов стоимостью 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11 рублей. Сколькими способами она может купить наибольшее количество шариков разных цветов? Алиса не обязана потратить все деньги.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 10.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 4

Условие: У Сергея есть 22 рубля. Он пришёл в магазин, в котором продавались шарики семи различных цветов стоимостью 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12 рублей. Сколькими способами он может купить наибольшее количество шариков разных цветов? Сергей не обязан потратить все деньги.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 14.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 1

Условие: Мяч отпустили с некоторой высоты. Он падает вертикально вниз, затем отскакивает вверх на треть своей предыдущей высоты, снова падает вниз, опять отскакивает на треть, и так далее. Когда мяч коснулся земли в четвёртый раз, он пролетел суммарно 106 метров.

а) С какой высоты его отпустили? Ответ выразите в метрах.

б) После какого по счёту отскока от земли высота подъёма окажется меньше одного метра?

Решение: после каждого отскока мяч поднимается на высоту в 3 раза меньшую, чем в предыдущий раз. Тогда, если после третьего отскока он поднялся на высоту h , то после второго — $3h$, первого

— $9h$, а изначальная высота — $27h$. Между двумя последовательными отскоками мяч пролетает некоторое расстояние до наивысшей точки, затем то же расстояние вниз. Тогда получаем:

$$106 = 27h + 2 \cdot 9h + 2 \cdot 3h + 2 \cdot h = 53h,$$

откуда $h = 2$ м, а $27h = 54$ м. Сразу заметим, что следующая высота уже $\frac{h}{3} = \frac{2}{3}$ м < 1 м, откуда ответ и на второй вопрос.

Ответ: Ответ: а) 54; б) 4.

Критерии:

- Точное совпадение — 76.
- Верный ответ в пункте а) — 56.
- Верный ответ в пункте б) — 26.

Задание № 5 Клон 2

Условие: Мяч отпустили с некоторой высоты. Он падает вертикально вниз, затем отскакивает вверх на две трети своей предыдущей высоты, снова падает вниз, опять отскакивает на две трети, и так далее. Когда мяч коснулся земли в третий раз, он пролетел суммарно 87 метров.

а) С какой высоты его отпустили? Ответ выразите в метрах.

б) После какого по счёту отскока от земли высота подъёма окажется меньше 15 метров?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 27; б) 2.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 3

Условие: Мяч отпустили с некоторой высоты. Он падает вертикально вниз, затем отскакивает вверх на четверть своей предыдущей высоты, снова падает вниз, опять отскакивает на четверть, и так далее. Когда отметили максимальную высоту подъёма в четвёртый раз (первый раз — когда отпустили), он пролетел суммарно 105 метров.

а) С какой высоты его отпустили? Ответ выразите в метрах.

б) После какого по счёту отскока от земли высота подъёма окажется меньше двух метров?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 64; б) 3.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 4

Условие: Мяч отпустили с некоторой высоты. Он падает вертикально вниз, затем отскакивает вверх на три четверти своей предыдущей высоты, снова падает вниз, опять отскакивает на три четверти, и так далее. Когда отметили максимальную высоту подъёма в третий раз (первый раз — когда отпустили), он пролетел суммарно 98 метров.

а) С какой высоты его отпустили? Ответ выразите в метрах.

б) Какая по счёту отметка впервые окажется высотой меньше 12 метров?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 32; б) 5.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 1

Условие: Известно, что произведение всех цифр натурального числа n , не содержащего в своей десятичной записи единиц, равно 252.

- а) Найдите наибольшее возможное значение n .
- б) Найдите наименьшее возможное значение n .

Решение: разложим на простые множители $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$. Поскольку в числе нет 1, то каждая его цифра содержит в своём разложении на множители хотя бы одно простое число, поэтому цифр не более 5. Чтобы получить наибольшее число, нужно, во-первых, иметь наибольшее количество цифр, во-вторых, в старшие разряды поставить наибольшие допустимые цифры. Наибольшее число цифр равно 5 только в случае, когда это набор 2, 2, 3, 3, 7. Следовательно, наибольшее число равно 73 322.

Для поиска наименьшего числа заметим, что точно должна быть цифра 7, поскольку если её умножить хотя бы на 2, то получится не менее $7 \cdot 2 = 14 > 9$. Оставшиеся множители дают $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$, поэтому есть ещё хотя бы 2 цифры. Поскольку одна из этих цифр не больше, чем 9, то другая — не меньше, чем $\frac{36}{9} = 4$. Поэтому наименьшее подходящее трёхзначное число равно 479 (произведение его цифр равно $4 \cdot 7 \cdot 9 = 252$).

Ответ: а) 73 322; б) 479.

Критерии:

- Точное совпадение — 7б.
- Верный ответ в пункте а) — 3б.
- Верный ответ в пункте б) — 4б.

Задание № 6 Клон 2

Условие: Известно, что произведение всех цифр натурального числа n , не содержащего в своей десятичной записи единиц, равно 180.

- а) Найдите наибольшее возможное значение n .
- б) Найдите наименьшее возможное значение n .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 53 322; б) 459.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 3

Условие: Известно, что произведение всех цифр натурального числа n , не содержащего в своей десятичной записи единиц, равно 378.

- а) Найдите наибольшее значение n .
- б) Найдите наименьшее значение n .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 73 332; б) 679.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 4

Условие: Известно, что произведение всех цифр натурального числа n , не содержащего в своей десятичной записи единиц, равно 270.

- а) Найдите наибольшее возможное значение n .
- б) Найдите наименьшее возможное значение n .

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 53 332; б) 569.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 1

Условие: На клетчатом поле 8×8 располагают 10 мин. После этого на каждой клетке без мины записывают число мин на соседних с ней клетках. Найдите максимальную возможную сумму чисел на доске.

Соседними считаем клетки, имеющие общую сторону или вершину, то есть у одной клетки может быть до 8 соседей. Ниже приведён пример подобной доски размера 5×5 с 4 минами.

1	2	3	2	1
1	●	●	●	1
1	3	●	3	1
	1	1	1	

Решение:

Оценка. Предположим, что существует пример с суммой 79 или более. Сосчитаем сумму чисел на доске по-другому: каждая мина при появлении добавляет ровно по 1 к числу в каждой соседней с ней клетке, не занятой другой миной. Таким образом, сгруппировав эти единицы, всю сумму можно разбить на 10 слагаемых, соответствующих количеству пустых клеток вокруг каждой мины. Тогда сумма заведомо не больше $10 \cdot 8 = 80$. Кроме того, если мина расположена в угловой клетке, то её «вклад» не больше 3; если в других клетках у границы доски, то не больше 5. Значит, если хоть одна мина находится у границы доски, то сумма не больше $9 \cdot 8 + 5 = 77$. Следовательно, в нашем примере таких нет. Тогда все 10 мин находятся во внутреннем квадрате 6×6 . Разобьём этот квадрат на 9 квадратов 2×2 (в приведённом примере выделены красным). Так как мин 10, то в один из этих квадратов попадёт хотя бы 2 мины, и они будут соседями друг для друга. Но если у мины есть сосед, то её «вклад» не более 7 (вообще, каждая пара соседних забирает из общей суммы ровно две единицы). Тогда всего получим не более $8 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 78$. Противоречие.

Пример для 78. См. рисунок.

	1	1	2	1	2	1	1
	1	●	2	●	2	●	1
	2	2	4	2	4	2	2
	1	●	2	●	2	●	1
	2	2	4	2	4	2	2
1	2	●	2	●	2	●	1
1	●	2	2	1	2	1	1
1	1	1					

Ответ: 78.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 7 Клон 2

Условие: На клетчатом поле 6×10 располагают 9 мин. После этого на каждой клетке без мины записывают число мин на соседних с ней клетках. Найдите максимальную возможную сумму чисел на доске.

Соседними считаем клетки, имеющие общую сторону или вершину, то есть у одной клетки может быть до 8 соседей. Ниже приведён пример подобной доски размера 5×5 с 4 минами.

1	2	3	2	1
1	●	●	●	1
1	3	●	3	1
	1	1	1	

Решение: аналогично клону 1. **Пример для 70.**

1	1	2	1	2	1	2	1	1	
1	●	2	●	2	●	2	●	1	
2	2	4	2	4	2	4	2	2	
1	●	3	●	3	●	2	●	1	
1	1	3	●	3	1	2	1	1	
		1	1	1					

Ответ: 70.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 3

Условие: На клетчатом поле 10×8 располагают 13 мин. После этого на каждой клетке без мины записывают число мин на соседних с ней клетках. Найдите максимальную возможную сумму чисел на доске.

Соседними считаем клетки, имеющие общую сторону или вершину, то есть у одной клетки может быть до 8 соседей. Ниже приведён пример подобной доски размера 5×5 с 4 минами.

1	2	3	2	1
1	●	●	●	1
1	3	●	3	1
	1	1	1	

Решение: аналогично клону 1. **Пример для 102.**

1	1	2	1	2	1	1	
1	●	2	●	2	●	1	
2	2	4	2	4	2	2	
1	●	2	●	2	●	1	
2	2	4	2	4	2	2	
1	●	2	●	2	●	1	
2	2	4	2	4	2	2	
1	●	3	●	3	●	1	
1	1	3	●	3	1	1	
		1	1	1			

Ответ: 102.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 4

Условие: На клетчатом поле 6×8 располагают 7 мин. После этого на каждой клетке без мины записывают число мин на соседних с ней клетках. Найдите максимальную возможную сумму чисел на доске.

Соседними считаем клетки, имеющие общую сторону или вершину, то есть у одной клетки может быть до 8 соседей. Ниже приведён пример подобной доски размера 5×5 с 4 минами.

1	2	3	2	1
1	●	●	●	1
1	3	●	3	1
	1	1	1	

Решение: аналогично клону 1.

Пример для 54.

1	1	2	1	2	1	1	
1	●	2	●	2	●	1	
2	2	4	2	4	2	2	
1	●	3	●	3	●	1	
1	1	3	●	3	1	1	
		1	1	1			

Ответ: 54.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 1

Условие: В школьном лагере занимались математики, физики и информатики. Количество математиков больше, чем удвоенное количество физиков. Утроенное количество физиков больше, чем учетверённое количество информатиков. Утроенное количество информатиков больше количества математиков. Найдите наименьшее возможное общее число школьников.

Решение: обозначим M — количество математиков, Φ — физиков, I — информатиков. По условию

$$M > 2\Phi,$$

$$3\Phi > 4I,$$

$$3I > M.$$

Заметим, что одно целое число больше другого, только если оно не меньше другого, увеличенного на 1. Поскольку людей целое число, то

$$M \geq 2\Phi + 1,$$

$$3\Phi \geq 4I + 1,$$

$$3I \geq M + 1.$$

Отсюда

$$3I \geq M + 1 \geq 2\Phi + 2 \Rightarrow 3I \geq 2\Phi + 2.$$

Умножим обе части последнего неравенства на 3: $9I \geq 6\Phi + 6$. Умножим обе части неравенства $3\Phi \geq 4I + 1$ на 2: $6\Phi \geq 8I + 2$ и прибавим к обеим частям по 6: $6\Phi + 6 \geq 8I + 8$.

Получаем цепочку

$$9I \geq 6\Phi + 6 \geq 8I + 8 \Rightarrow 9I \geq 8I + 8 \Rightarrow I \geq 8.$$

Тогда

$$3\Phi \geq 4I + 1 \geq 4 \cdot 8 + 1 = 33 \Rightarrow 3\Phi \geq 33 \Rightarrow \Phi \geq 11.$$

Наконец,

$$M \geq 2\Phi + 1 \geq 2 \cdot 11 + 1 = 23 \Rightarrow M \geq 23.$$

Итого $M + \Phi + I \geq 23 + 11 + 8 = 42$. Легко убедиться, что оценка действительно достигается при $M = 23$, $\Phi = 11$, $I = 8$.

Ответ: 42.

Критерии: Точное совпадение — 76.

Задание № 8 Клон 2

Условие: В школьном лагере занимались математики, физики и информатики. Количество математиков больше, чем учетверённое количество физиков. Утроенное количество физиков больше, чем учетверённое количество информатиков. Ушестерённое количество информатиков больше количества математиков. Найдите наименьшее возможное общее число школьников.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 41.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 3

Условие: В школьном лагере занимались математики, физики и информатики. Количество математиков больше, чем восьмикратное количество физиков. Пятикратное количество физиков больше, чем учетверённое количество информатиков. Семикратное количество информатиков больше количества математиков. Найдите наименьшее возможное общее число школьников.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 52.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 4

Условие: В школьном лагере занимались математики, физики и информатики. Количество математиков больше, чем учетверённое количество физиков. Пятикратное количество физиков больше, чем семикратное количество информатиков. Шестикратное количество информатиков больше количества математиков. Найдите наименьшее возможное общее число школьников.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 58.

Критерии: аналогичны клону 1.

