Максимальное количество баллов за олимпиаду — 72
Максимальный балл за задание — 12

Задание 1.

Олимпиада ИКС по искусственному интеллекту проводится не первый год. Каждый год число участников этой олимпиады растёт на 101. Если сложить количество участников всех прошедших олимпиад ИКС, получится 600. Сколько участников было на первой олимпиаде?

Ответ. 99.

Критерии оценивания. Верный ответ — 12 баллов; неверный или отсутствующий ответ — 0 баллов.

Решение.

Олимпиада проводится не первый год, значит, их прошло хотя бы две. Пусть на первой олимпиаде было n участников, на второй $n + 101$. В сумме это нечётное число участников, а 600 чётно, поэтому прошло не менее трёх олимпиад, и на третьей олимпиаде было $n + 202$ участника. Итого на первых трёх олимпиадах уже $3n + 303$ участника, поэтому четвёртая ещё не состоялась, иначе сумма получилась бы больше, чем 600. Таким образом, $3n + 303 = 600$ и $n = 99$.

Задание 2.

В хоре поют три мальчика и три девочки. Рассмотрим все возможные способы этим шестерым выстроиться в ряд. Назовём способ удачным, если какие-то два мальчика или какие-то две девочки стоят рядом. Какую долю от общего числа способов составляют удачные? Ответ выразите в процентах.

Ответ. 90.

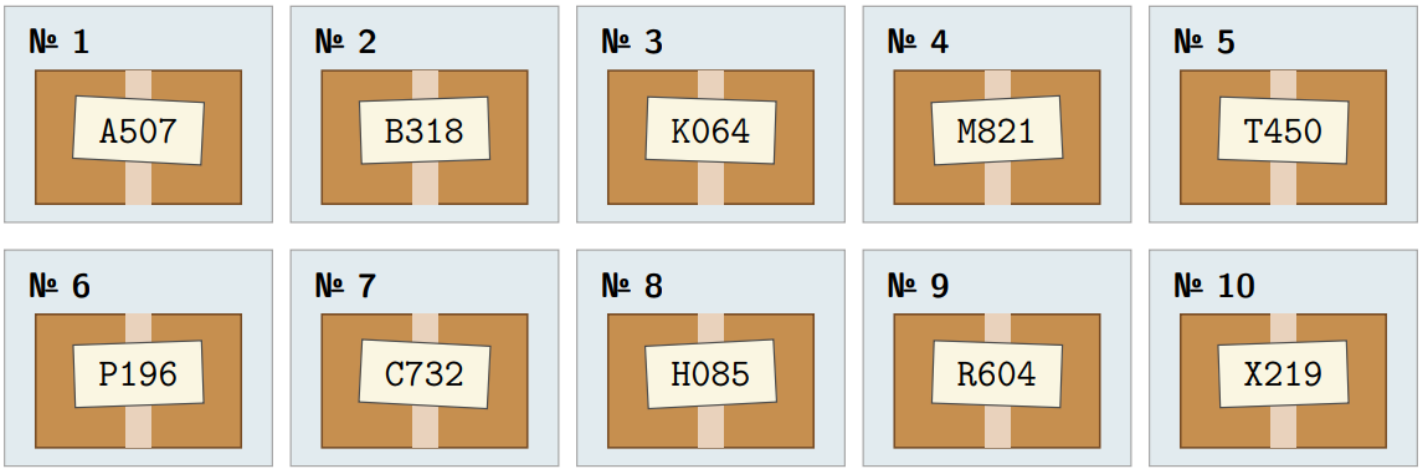
Критерии оценивания. Верный ответ — 12 баллов; неверный или отсутствующий ответ — 0 баллов.

Решение.

Всего существует $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ способов выстроиться шести ребятам в ряд. Не будут удачными способы вида МДМДМД и ДМДМДМ, которых поровну. В первом виде мы можем расставить трёх мальчиков на соответствующие места $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ способами и 6 способами поставить девочек, то есть неудачных способов $2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$, они составляют 10% от общего числа, поэтому удачными являются оставшиеся 90%.

Задание 3.

На фотографиях десяти посылок изображены четырёхсимвольные коды. Модель искусственного интеллекта пытается прочитать каждый код и выражает уверенность в своём ответе в процентах. Чем больше процент, тем сильнее модель уверена в ответе.



№	Ответ модели	Уверенность	№	Ответ модели	Уверенность
1	A507	83 %	6	P196	92 %
2	B318	95 %	7	C73Z	77 %
3	K064	74 %	8	H085	81 %
4	M82I	86 %	9	R6O4	68 %
5	T450	60 %	10	X219	89 %

Буква O и цифра 0 — разные символы; буква I и цифра 1 — тоже разные символы.

Для автоматической обработки выбран порог уверенности T. Если уверенность модели не меньше T, её ответ принимается автоматически. Если уверенность меньше T, фотографию отправляют сотруднику, который всегда читает код

правильно. Рассматриваются пороги 60 %, 70 %, 80 % и 90 %.

На каких фотографиях модель прочитала код неправильно?

Заполните таблицу.

Порог T	Принято автоматически	Отправлено сотруднику	Автоматически принято неверных кодов
60 %			
70 %			
80 %			
90 %			

Проверка одной фотографии сотрудником стоит 1 условную единицу, а автоматически принятый неверный код — 3 условные единицы. Для каждого порога определите общие затраты.

Порог T	Общие затраты
60 %	
70 %	
80 %	
90 %	

Выберите порог с наименьшими затратами:

Теперь автоматически принятый неверный код стоит 5 условных единиц, а ручная проверка по-прежнему стоит 1 условную единицу. Выберите порог с наименьшими затратами:

Чему равны затраты?

Варианты ответа:

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

5. 5

6. 6

7. 7

8. 8

9. 9

10. 10

Варианты ответа:

1. 60 %

2. 70 %

3. 80 %

4. 90 %

Варианты ответа:

1. 60 %

2. 70 %

3. 80 %

4. 90 %

Ответ. Ошибки на фотографиях $4, 7, 9$. Строки таблицы для $60\%, 70\%, 80\%, 90\%$: $(10, 0, 3)$, $(8, 2, 2)$, $(6, 4, 1)$, $(2, 8, 0)$. Затраты: $9, 8, 7, 8$; лучший порог — 80%. При цене ошибки 5 лучший порог — 90%, затраты — 8.

Критерии оценивания. За точный набор номеров фотографий без лишних — 2 балла. В каждой строке первой таблицы: по 0.25 за ячейки «Принято автоматически» и «Отправлено сотруднику», 0.5 за ячейку «Автоматически

принято неверных кодов» (всего 4). По 0,5 за каждое из четырёх значений затрат (всего 2); по 1 баллу за каждый из двух лучших порогов; 2 балла за затраты в последнем вопросе. Баллы за пункты суммируются, максимум — 12. За неверный или отсутствующий ответ на отдельно оцениваемый пункт — 0 баллов, если частичное оценивание не указано отдельно.

Решение.

1. Сравним ответы модели с кодами на фотографиях. На фотографии 4 модель перепутала цифру `1` и букву `I`, на фотографии 7 — цифру `2` и букву `Z`, а на фотографии 9 — цифру `0` и букву `O`.

   Ответ: 4, 7, 9.

2. При пороге T автоматически принимаются ответы с уверенностью не меньше T. Получаем:

Порог T	**Принято автоматически**	**Отправлено сотруднику**	**Автоматически принято неверных кодов**
60%	10	0	3
70%	8	2	2
80%	6	4	1
90%	2	8	0

   Ответ: в таблице.

3. Общие затраты равны числу ручных проверок плюс утроенное число автоматически принятых неверных кодов:

Порог T	**Затраты**
60%	$0 + 3 \cdot 3 = 9$
70%	$2 + 3 \cdot 2 = 8$
80%	$4 + 3 \cdot 1 = 7$
90%	$8 + 3 \cdot 0 = 8$

   Наименьшие затраты равны 7 при пороге 80%.

   Ответ: $T = 80\%$, затраты — 7.

4. При стоимости автоматической ошибки 5 получаем:

$$C_{60} = 0 + 5 \cdot 3 = 15, \qquad C_{70} = 2 + 5 \cdot 2 = 12,$$

$$C_{80} = 4 + 5 \cdot 1 = 9, \qquad C_{90} = 8 + 5 \cdot 0 = 8.$$

   Наименьшие затраты равны 8 при пороге 90%.

   Ответ: $T = 90\%$, затраты — 8.

Задание 4.

Модель искусственного интеллекта строит строку из букв А, Б и В. Первая буква всегда А. Затем модель дописывает по одной букве, пока не получится строка заданной длины.

Вероятность выбора каждой следующей буквы зависит только от последней написанной буквы. В таблице заданы веса переходов. Чтобы получить вероятность перехода, нужно разделить его вес на сумму весов в соответствующей строке. Все три суммы равны 12.

Последняя буква	Следующая А	Следующая Б	Следующая В
А	0	4	8
Б	9	2	1
В	6	5	1

Вероятность получить заданную строку равна произведению вероятностей переходов между соседними буквами. Например,

$$P(\text{АВБ}) = \frac{8}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{18}.$$

Строка из одной буквы А имеет вероятность 1.

Программист предложил способ выбора строки: начиная с А, каждый раз дописывать букву с наибольшей вероятностью перехода из последней буквы. Назовём этот способ жадным. В каждой строке таблицы наибольший вес единственный, поэтому способ однозначно задаёт строку любой длины.

а) Найдите вероятность строки АБВ. Запишите несократимую дробь.

б) Какую строку длины 5 выберет жадный способ? Запишите строку.

в) Запишите вероятность получить её при генерации моделью. Ответ выразите несократимой дробью.

г) Найдите наименьшую длину, для которой строка, выбранная жадным способом, не является самой вероятной среди строк этой длины.

д) Запишите самую вероятную строку этой длины.

е) Запишите её вероятность в виде несократимой дроби.

Ответ. $\frac{1}{36}$; АВАВА; $\frac{1}{9}$; 5; АВБАВ; $\frac{5}{36}$. Для строк также допускается запись строчными буквами: авава, авбав.

Критерии оценивания. За правильные ответы по порядку шести вопросов: 2; 1; 2; 3; 2; 2 балла соответственно. Баллы за пункты суммируются, максимум — 12. За неверный или отсутствующий ответ на отдельно оцениваемый пункт — 0 баллов, если частичное оценивание не указано отдельно.

Решение.

1. $P(\text{АБВ}) = (4/12) \cdot (1/12) = 1/36$.

   Ответ: 1/36.

2. Из А жадный способ переходит в В, а из В — в А. Получается строка АВАВА, вероятность которой равна

$$\frac{8}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{6}{12} = \frac{1}{9}.$$

   Ответ: АВАВА, 1/9.

3. Для строк одной длины знаменатель вероятности одинаков. Поэтому достаточно сравнивать произведения весов переходов. Для каждой длины будем хранить три наибольших произведения: среди строк, заканчивающихся на А, Б и В. Например, у строк длины 2 это значения 0, 4 и 8. Чтобы найти наибольшее произведение для строки длины 3 с последней А, сравним $0 \cdot 0$, $4 \cdot 9$ и $8 \cdot 6$. Получим 48.

   Такой способ учитывает все строки: перед последней буквой стоит одна из трёх букв; для каждого из этих случаев выгодно взять наилучшую предыдущую строку с нужной последней буквой. Обозначим значения через $D_{\ell,\text{А}}$, $D_{\ell,\text{Б}}$, $D_{\ell,\text{В}}$. Для перехода к следующей длине используем

$$\begin{aligned} D_{\ell+1,\text{А}} &= \max(0D_{\ell,\text{А}}, 9D_{\ell,\text{Б}}, 6D_{\ell,\text{В}}), \\ D_{\ell+1,\text{Б}} &= \max(4D_{\ell,\text{А}}, 2D_{\ell,\text{Б}}, 5D_{\ell,\text{В}}), \\ D_{\ell+1,\text{В}} &= \max(8D_{\ell,\text{А}}, D_{\ell,\text{Б}}, D_{\ell,\text{В}}). \end{aligned}$$

   Начинаем с длины 2: для неё значения равны 0, 4 и 8. Получаем таблицу:

Длина	Последняя А	Последняя Б	Последняя В	Жадный способ
2	0	4	8	8
3	48	40	8	48
4	360	192	384	384
5	2304	1920	2880	2304

   Для длины 1 существует только строка А. Для длин 2, 3 и 4 жадный способ также достигает максимума. Впервые он проигрывает при длине 5. Максимум достигается на строке АВБАВ:

$$P(\text{АВБАВ}) = \frac{8 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 8}{12^4} = \frac{5}{36} > \frac{1}{9}.$$

Переход из В в Б менее вероятен, чем из В в А, но после Б доступен более вероятный переход в А. Поэтому выбор самого вероятного следующего символа не всегда даёт наиболее вероятную строку целиком.

Ответ: 5; АВБАВ; 5/36.

Задание 5.

Три ML-модели решают задачу детекции: для каждой из 10 картинок они определяют, есть ли на ней светофор.

Известно, что светофор присутствовал на всех картинках, однако каждая модель распознала его ровно в половине случаев — на 5 из 10 изображений.

Итоговый ответ по каждой картинке определяется голосованием большинства: он совпадает с ответом хотя бы двух моделей из трёх.

Какое максимальное число правильных итоговых ответов могло получиться?

Ответ. 7.

Критерии оценивания. Верный ответ — 12 баллов; неверный или отсутствующий ответ — 0 баллов.

Решение.

Оценка. Каждая модель дала верные ответы о пяти картинках, поэтому всего верных ответов у трёх моделей $3 \cdot 5 = 15$.

Верно определяются только те картинки, где хотя бы две модели ответили верно. Если таких картинок k, то на них необходимо хотя бы $2k$ верных ответов, поэтому $2k \leqslant 15$, откуда $k \leqslant 7$.

Пример на 7. Пусть модели отвечают на запросы верно так:

Модель	**Верный ответ о картинках**
A	1, 2, 3, 4, 7
B	1, 2, 5, 6, 7
C	3, 4, 5, 6, 8

Каждая модель дала верный ответ ровно пять раз. На картинках 1, 2, 7 верны A и B, на 3, 4 — A и C, на 5, 6 — B и C: на всех картинках 1–7 итог верен. На картинке 8 верна только C, а на 9 и 10 — ни одна, там итог неверен.

Итого 7 верных итоговых ответов.

Задание 6.

Поиск похожих изображений

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Для поиска похожих изображений системы искусственного интеллекта часто используют эмбеддинги — числовые представления изображений. Чем ближе эмбеддинги двух изображений, тем более похожими система считает эти изображения.

В этой задаче эмбеддинг — одно число, принимающее только n значений, которые мы будем называть уровнями. Уровни пронумерованы от 1 до n, эмбеддинг на i-м уровне равен $(i-1) \cdot L$, то есть соседние уровни отстоят друг от друга на L. В базе на i-м уровне лежат a_i изображений.

Системе передают эталонное изображение, которого в базе нет. Известно, что его эмбеддинг находится на одном из крайних уровней — 1 или n, но на каком именно, неизвестно. Изображение из базы считается похожим на эталонное, если расстояние между их эмбеддингами не превосходит d.

Сколько изображений из базы окажутся похожими на эталонное хотя бы при одном из двух возможных положений его эмбеддинга?

Формат входных данных

В первой строке ввода даны три целых числа n, L и d — количество уровней, расстояние между соседними уровнями и наибольшее расстояние, при котором изображения считаются похожими ($2 \leqslant n \leqslant 2 \cdot 10^5$; $1 \leqslant L \leqslant 100$; $0 \leqslant d \leqslant 10^9$).

Во второй строке через пробел перечислены n целых чисел a_i — количество изображений на i-м уровне ($1 \leqslant a_i \leqslant 1000$).

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — количество изображений из базы, похожих на эталонное хотя бы в одном из его положений.

Пример 1

Ввод	**Вывод**
7 5 12 3 1 4 1 5 9 2	24

Пример 2

Ввод	**Вывод**
4 10 100 7 7 7 7	28

Пример 3

Ввод	**Вывод**
3 4 3 5 100 6	11

Система оценивания

Оценивание потестовое: в задаче есть 12 тестов, помимо тестов из условия, каждый из них оценивается в 1 балл.

Замечание

В первом примере соседние уровни отстоят друг от друга на 5, а $d = 12$, поэтому от уровня эталона можно отойти не более чем на два уровня.

Если эталон находится на уровне 1, подходят изображения с уровней 1, 2 и 3. Если на уровне 7 — с уровней 5, 6 и 7. Уровень 4 отстоит от обоих крайних уровней на 15, поэтому изображения с него не подходят.

Всего подходящих изображений $3 + 1 + 4 + 5 + 9 + 2 = 24$.

Ответ. $\sum\limits_{\substack{1 \leqslant i \leqslant n \\ \min(i-1, n-i) L \leqslant d}} a_i$.

Критерии оценивания. Программа выводит точное число изображений; изображение, подходящее к обоим крайним уровням, учитывается один раз. Всего 12 оцениваемых тестов. Тесты из условия не оцениваются. Каждый из остальных тестов оценивается независимо в 1 балл; непройденный тест — 0 баллов. Максимум — 12 баллов.

Решение.

Если эталон находится на первом уровне, то подходит уровень i, когда $(i-1)L \leq d$. Если эталон находится на последнем уровне, то $(n - i)L \leq d$.

Значит, изображение на уровне i нужно посчитать тогда и только тогда, когда

$$\min(i - 1,\, n - i) \cdot L \leq d.$$

Достаточно один раз пройти по всем уровням и сложить количества изображений на подходящих уровнях. Так автоматически корректно обрабатывается случай, когда две области пересекаются.

Сложность: $O(n)$, память $O(n)$ для входного массива.

```
n, L, d = map(int, input().split())
a = list(map(int, input().split()))

answer = 0

for i in range(n):
    distance_to_left = i * L
    distance_to_right = (n - 1 - i) * L

    if distance_to_left <= d or distance_to_right <= d:
        answer += a[i]

print(answer)
```

