



Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, запишите ответ в виде равной ей десятичной дроби.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

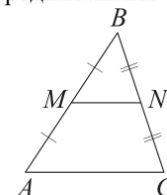
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

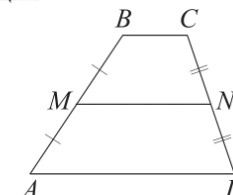
 Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции


 MN — ср. лин.

$$MN \parallel AC$$

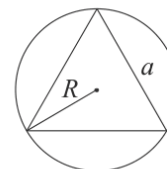
$$MN = \frac{AC}{2}$$


 $BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.

$$MN \parallel AD$$

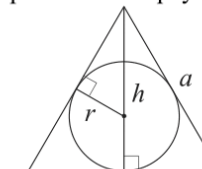
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



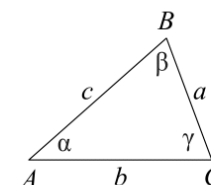
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

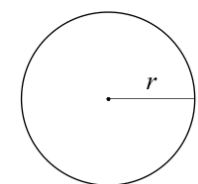

 Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

 где R — радиус описанной окружности.

 Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

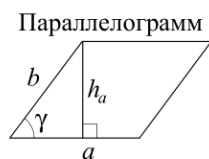
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$


 Длина окружности $C = 2\pi r$

 Площадь круга $S = \pi r^2$




Площади фигур



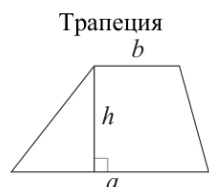
$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

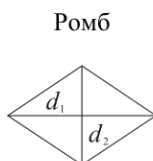


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



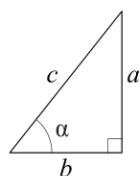
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

На рисунке изображён план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновка (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге мимо реки. Есть другой путь – по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролетает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорка, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово.

Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 72 км/ч, а по просёлочным дорогам – со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки – 4 км, от Егорки до Ванютино – 12 км,

от Горюново до Ванютино – 15 км, от Ванютино до Жилино – 9 км, а от Жилино до Богданово – 12 км.

- 1 Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни.
Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Деревни	Богданово	Горюново	Доломино	Антоновка
Цифры				

- 2 Найдите расстояние от Ванютино до Богданово по шоссе. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 3 Найдите расстояние от Доломино до Горюново по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 4 Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут через Доломино и Горюново мимо конюшни?

Ответ: _____.

- 5 В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых видов фруктов и ягод в трёх магазинах, расположенных в деревне Доломино, деревне Горюново и деревне Богданово.

Наименование продукта	д. Доломино	д. Горюново	д. Богданово
Вишня (1 кг)	310	285	290
Клубника (1 уц)	190	200	190
Абрикосы (1 кг)	150	170	160
Груши (1 кг)	110	100	90
Черника (1 уц)	120	130	110

Таня с дедушкой хотят купить две упаковки черники, полкилограмма вишни, 1 кг груш и одну упаковку клубники. В каком магазине такой набор будет стоить дешевле всего?

В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

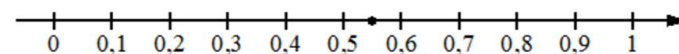
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{16}{3,2 \cdot 2}$$

Ответ: _____.

- 7 Одно из чисел $\frac{5}{9}, \frac{11}{9}, \frac{13}{9}, \frac{14}{9}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

- 1) $\frac{5}{9}$
- 2) $\frac{11}{9}$
- 3) $\frac{13}{9}$
- 4) $\frac{14}{9}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$4^{3x+2} : 64^x : x$$

при $x = \frac{8}{9}$.

Ответ: _____.





- 9 Найдите корень уравнения

$$\frac{6}{x+5} = -5.$$

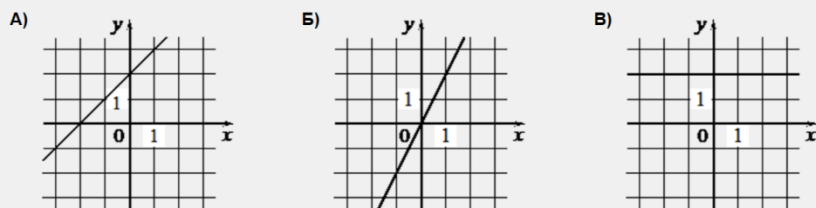
Ответ: _____.

- 10 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

- 11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = 2x$

2) $y = x + 2$

3) $y = 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

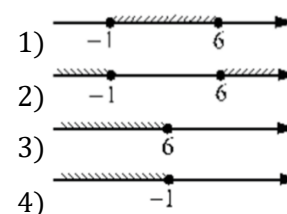
	А	Б	В
Ответ:			

- 12 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

- 13 Укажите решение неравенства

$$(x+1)(x-6) \leq 0.$$



Ответ:

- 14 В 8:00 часы сломались и за каждый следующий час отставали на одно и то же количество минут по сравнению с предыдущим часом. В 23:00 того же дня часы отставали на 15 минут. На сколько минут отставали часы спустя 36 часов после того, как они сломались?

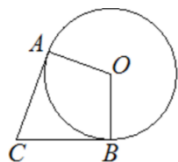
Ответ: _____.

- 15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$, $BC = 12$. Найдите AC .



Ответ: _____.

- 16 В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O — центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



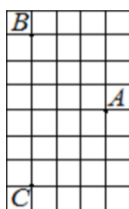
Ответ: _____.

- 17 Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 14 и 6.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.
- 2) Основания любой трапеции параллельны.
- 3) Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$x^4 = (x - 20)^2.$$

- 21 Свежие фрукты содержат 78% воды, а высушенные — 22%. Сколько сухих фруктов получится из 78 кг свежих фруктов?

- 22 Постройте график функции

$$y = |x^2 - x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

- 23 Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 20 и 52. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

- 24 Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

- 25 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Составитель варианта — Евгений Пифагор

Результаты:	<u>Результаты моих учеников:</u> • 53 человека набрали 100 баллов • 789 человек набрали 90+ баллов
	Личные результаты: • Набрал <u>100 баллов</u> на ЕГЭ по математике профиль • Высшее образование — ТГУ (Тольятти), 2009-2014 • Занял 1 место в трёх олимпиадах по высшей математике, 2009-2011 • 15 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
ВК:	https://vk.ru/shkolapifagora 
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	7631		
2	21		
3	17		
4	49		
5	645		
6	2,5		
7	1		
8	18		
9	-6,2		
10	0,2		
11	213		
12	14		
13	1		
14	36		
15	9		
16	97		
17	42		
18	3		
19	2		
20	-5; 4		
21	22		
22	4		
23	$\frac{240}{13}$		
24	■		
25	168		

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $x^4 = (x - 20)^2$.

BA23E9

$$(x^2)^2 - (x - 20)^2 = 0$$

$$(x^2 - (x - 20)) \cdot (x^2 + x - 20) = 0$$

$$x^2 - x + 20 = 0$$

$D < 0$
нет корней

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$D = 81$$

$$x = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -5$$

ОТВЕТ: -5; 4.

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Свежие фрукты содержат 78% воды, а высушенные — 22%. Сколько сухих фруктов получится из 78 кг свежих фруктов?

4E0FB

Свежие фрукты (визары)
 78% вода
 22% сух. вещ.

Высуш. фрукты (изрм)
 22% вода
 78% сух. вещ.

$$\textcircled{1} \begin{array}{l} 78 \text{ кг} \\ x \text{ кг} \end{array} \begin{array}{l} - 100\% \\ - 22\% \end{array}$$

$$x = \frac{78 \cdot 22}{100} \text{ кг}$$

$$\textcircled{2} \begin{array}{l} \frac{78 \cdot 22}{100} \text{ кг} \\ y \text{ кг} \end{array} \begin{array}{l} - 78\% \\ - 100\% \end{array}$$

$$y = \frac{\frac{78 \cdot 22}{100} \cdot 100}{78} = 22$$

ОТВЕТ: 22

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

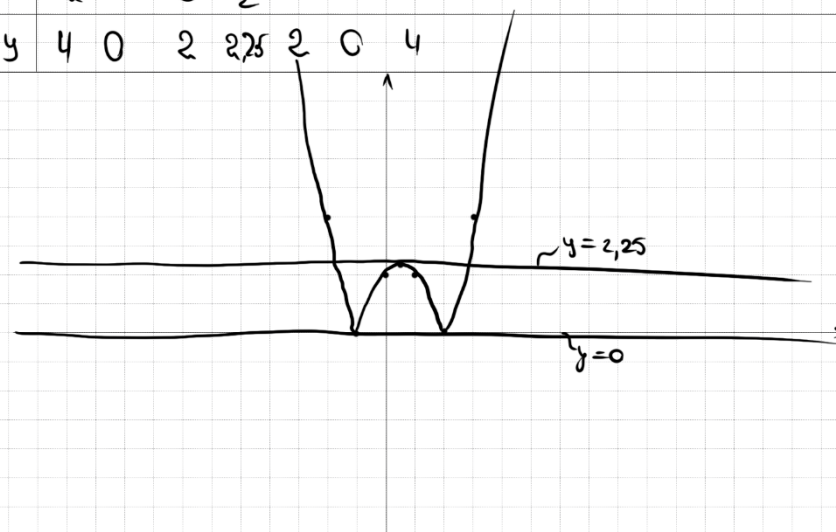
$$y = |x^2 - x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

D28F33

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$$

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
y	4	0	2	2,25	2	0	4

ОТВЕТ: 4 при $y \in (0; 2,25)$

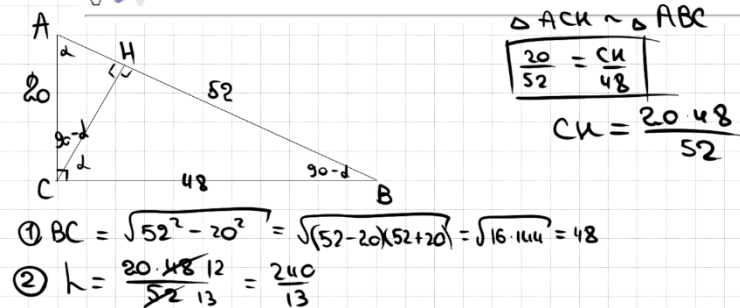
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



23

Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 20 и 52. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

16CCD8

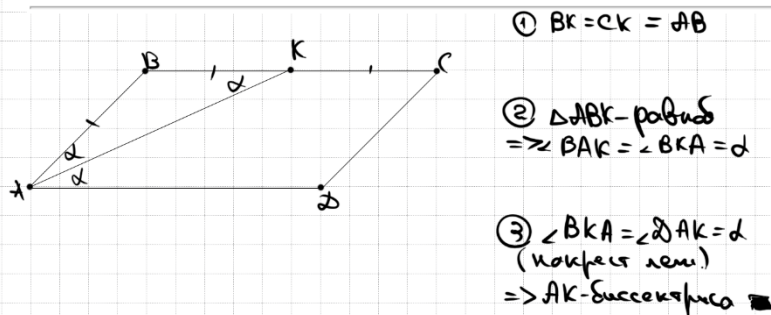
ОТВЕТ: $\frac{240}{13}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

079233

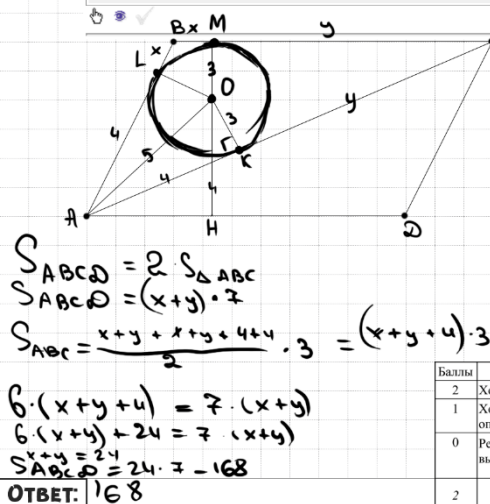


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА (ЧЕРЕЗ РАДИУС)



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

