

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант досрочного ЕГЭ 28.03.2025

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

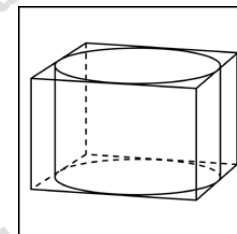
Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 189. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $AECB$.

2. Даны векторы $\vec{m}(4; -3)$, $\vec{n}(2; -5)$, $\vec{k}(-3; 3)$ и $\vec{p}(3; -5)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m} + \vec{n}$ и $\vec{k} - \vec{p}$.

3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



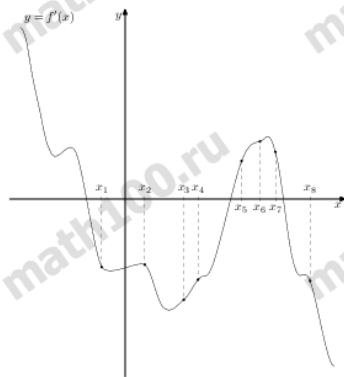
4. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

5. Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,2. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

6. Найдите корень уравнения $\log_5(4 + x) = 2$.

7. Найдите $24 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$.

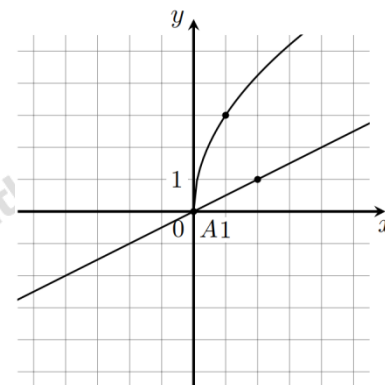
8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



9. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ выразите в минутах.

10. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

11. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



12. Найдите точку минимума функции

$$y = (4x^2 - 16x + 16)e^{x-9}$$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin(2\pi + x) - \sqrt{3}\sin 2x = \sqrt{6}\cos x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, точка M — середина ребра CC_1 . Плоскость α проходит через точки B_1 , A и M .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α является равнобедренным треугольником.

б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения призмы плоскостью α равна 6 и $AB = 2$.

15. Решите неравенство:

$$9\log_7(x^2 + x - 2) \leq 10 + \log_7 \frac{(x-1)^9}{x+2}$$

16. Строительство нового завода стоит 159 млн. рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн. рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн. рублей) за один год составит $p x - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком

количестве, чтобы прибыль была наибольшей. Цена продукции в первый год 10 тыс. рублей, а каждый следующий год увеличивается на 1 тыс. рублей. Через сколько лет окупится строительство завода?

17. Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15. Сумма оснований равна 17.

а) Докажите, что диагонали трапеции перпендикулярны.

б) Найдите высоту трапеции.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^4 + (a-3)^2 = |x-a+3| + |x+a-3|$$

имеет ровно одно решение или не имеет решений.

19. В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?

б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?

в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Какое наибольшее количество девушек в такой группе?

ОТВЕТЫ ДОСРОЧНЫЙ ВАРИАНТ ЕГЭ 28.03.2025

1	141,75	Решение
2	-100	Решение
3	4	Решение
4	0,375	Решение
5	0,992	Решение
6	21	Решение
7	22,08	Решение
8	5	Решение
9	30	Решение
10	4	Решение
11	36	Решение
12	2	Решение

13	а) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k$; $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$; $\frac{\pi}{3} + \pi k$; $k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{3}$.	Решение
14	$2\sqrt{11}$.	
15	$[-9; -2) \cup (1; 5]$.	Решение
16	4.	Решение
17	$\frac{120}{17}$.	Решение
18	$(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.	
19	а) да, могло; б) 17; в) 41.	