

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 4 КЛАСС

1. Расстояние от дома Маши до школы по прямой дороге равно 20 км. Остановка находится на этой дороге в 4 раза ближе к дому, чем к школе. Сколько километров от дома Маши до остановки?



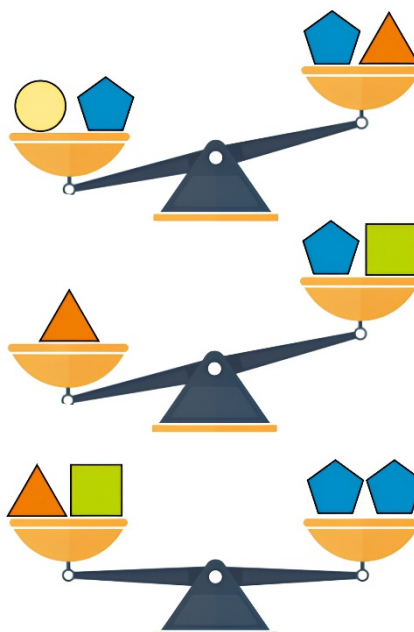
2. Расставьте цифры 1, 2, 3, 6, 7 и 9 в клетки (по одной в каждую клетку, каждую цифру можно использовать только один раз) так, чтобы равенство стало верным.

$$\square + \square + \square + \square = \square \square$$

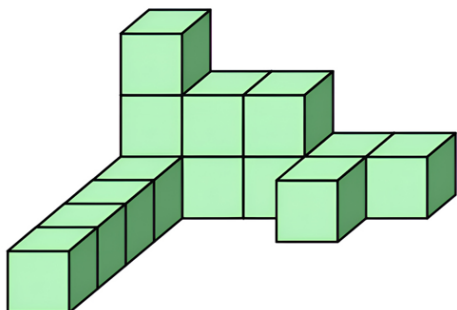
В ответ запишите результат сложения.

3. Мише каждый день дают 100 рублей на карманные расходы. В первый день он потратил 10 рублей, во второй хочет потратить 20 рублей, в третий — 30 рублей и так далее: каждый следующий день он тратит на 10 рублей больше, чем в предыдущий. На какой по счёту день Мише не хватит денег на задуманную покупку? Неизрасходованные за день деньги остаются у Миши, изначально денег у него не было.

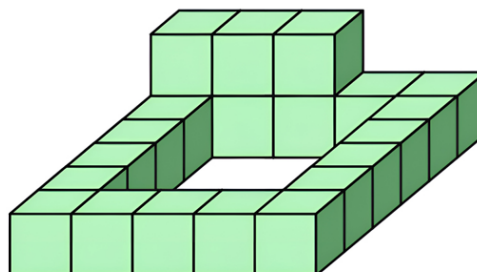
4. Расположите фигуры в порядке убывания веса от самого тяжёлого к самому лёгкому.



5. Яша сложил две фигуры из кубиков, как показано на рисунке. В общей сложности он использовал 35 кубиков. Чтобы окрасить поверхность первой фигуры (включая поверхность, которая соприкасается с полом), Яша использовал 162 грамма краски.



Первая фигура



Вторая фигура

Сколько грамм краски необходимо для того, чтобы окрасить поверхность второй фигуры?

6. Саша забыл код от велосипедного замка, который состоит из четырёх различных цифр. Он совершил четыре попытки набрать код, при этом замок не открылся.



1 попытка

2 попытка

3 попытка

4 попытка

Известны следующие результаты попыток:

1 попытка: Верны две из этих цифр, но они обе находятся не на своём месте.

2 попытка: Верны две из этих цифр, но они обе находятся не на своём месте.

3 попытка: Верна одна из этих цифр, и она находится на своём месте.

4 попытка: Все эти цифры неверны.

Найдите код.

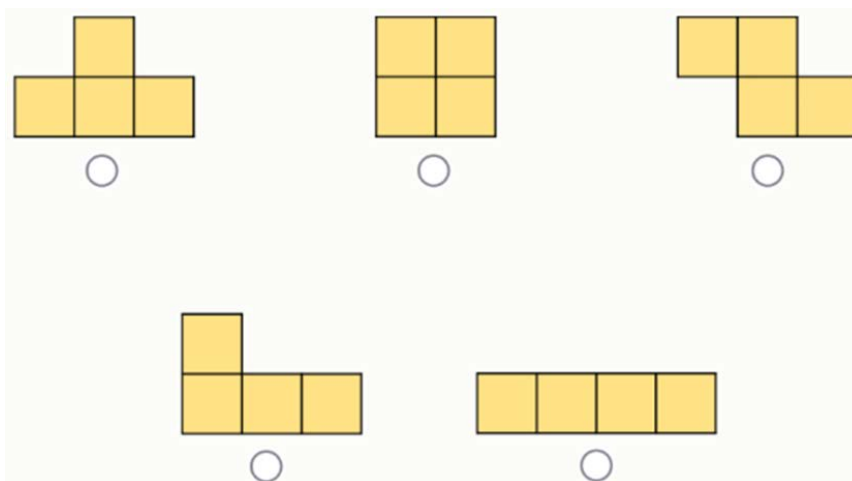
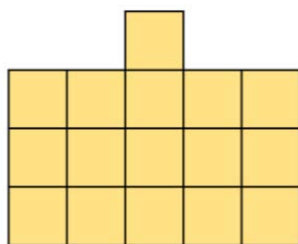
7. На школьный праздник 1 сентября пришли 240 человек: девочки, мальчики и родители. На новогоднюю ёлку девочек пришло столько же, мальчиков — в 3 раза меньше, а родителей — в 5 раз больше, но вместе их было также 240 человек, при этом родителей оказалось столько же, сколько и детей. Сколько девочек пришло 1 сентября?

8. Когда трёх сестёр спросили об их возрасте, Алина, Галина и Полина ответили:
Алина: «Мне 18 лет; я на два года моложе Галины; я на год старше Полины».
Галина: «Я не самая младшая; между мной и Полиной разница в возрасте в 3 года; Полине 21 год».
Полина: «Я моложе Алины; мне 19 лет; Галина на 3 года старше Алины».
Известно, что ровно одно утверждение каждой из трёх сестёр оказалось неверным.
Сколько лет Алине?
Сколько лет Галине?
Сколько лет Полине?

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 5 КЛАСС

1. Возрасты трёх братьев — это различные натуральные числа. Произведение их возрастов сейчас равно 18. А через год произведение их возрастов будет равно 60. Сколько лет среднему брату сейчас?

2. Выберите все четырёхклеточные фигурки, из четырёх одинаковых копий которых можно сложить фигуру, изображённую на рисунке. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



3. Коля забыл код от велосипедного замка, который состоит из трёх различных цифр. Он совершил четыре попытки набрать код, при этом замок не открылся.



Известны следующие результаты попыток:

1 попытка: Верна одна из этих цифр, и она находится на своём месте

2 попытка: Верна одна из этих цифр, но она находится не на своём месте.

3 попытка: Две из этих цифр верны, но они обе находятся не на своих местах.

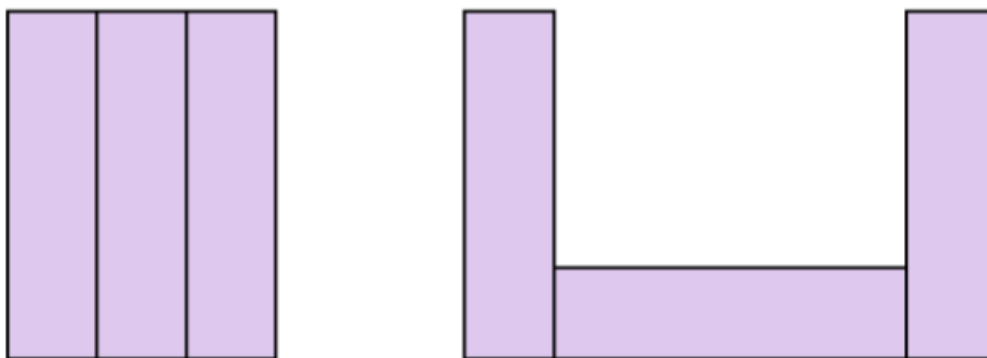
4 попытка: Всех этих цифр нет в коде.

Найдите код.

4. В тетради Оли 100 страниц, девочка решила пронумеровать их по порядку. Но ей не нравилась цифра 1, поэтому она решила не использовать числа, которые содержат в своей записи эту цифру. Таким образом, на первой странице она написала 2, на второй — 3, ..., на восьмой — 9, на девятой — 20 и так далее. Каким числом Оля пронумеровала последнюю страницу?

5. В школе учатся 1200 детей. У каждого ребёнка 5 уроков каждый день. Каждый учитель ежедневно ведёт ровно 4 урока, а на каждый урок ходит ровно 30 детей. Сколько учителей работает в школе?

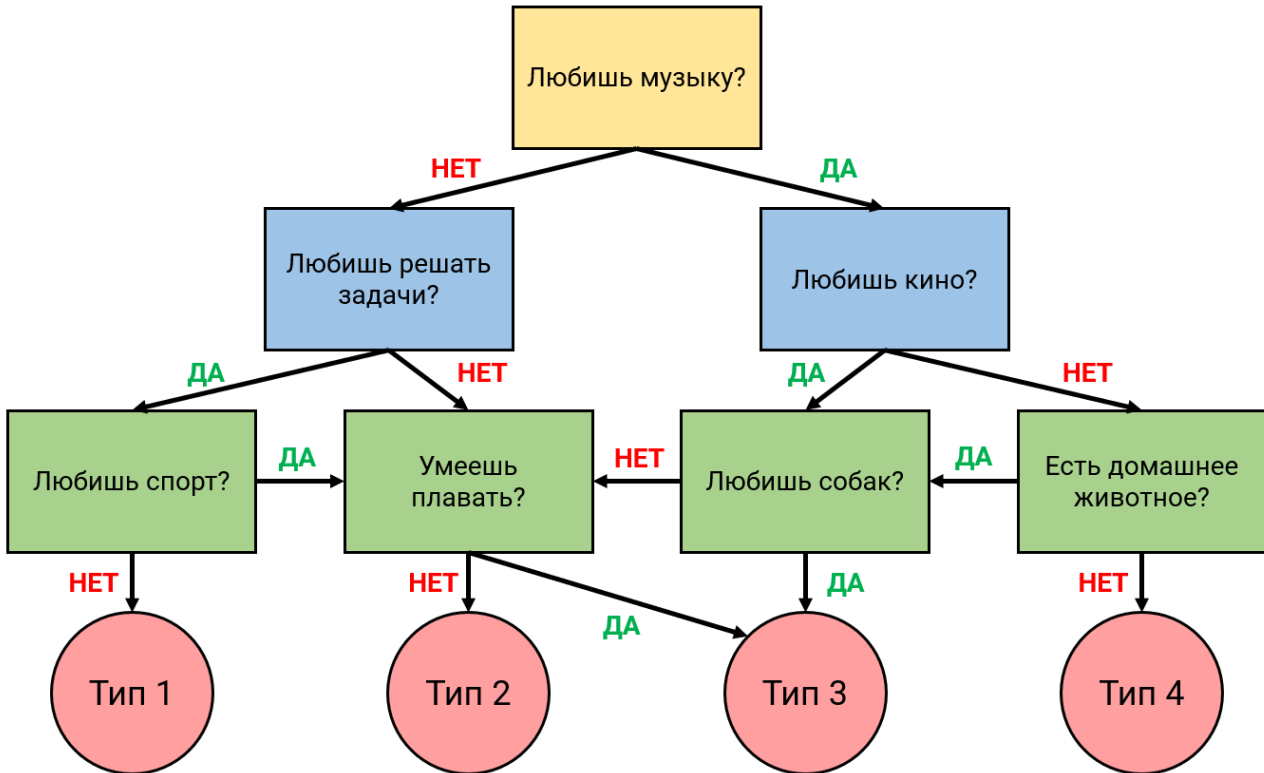
6. Две фигуры составлены из шести одинаковых прямоугольников. Периметр фигуры слева равен 52 см, а фигуры справа — 92 см.



Найдите площадь одного прямоугольника. Ответ выразите в **квадратных сантиметрах**.

7. Из деревни в город с постоянной скоростью выехал грузовик. Когда он проехал 42 км, из деревни по той же дороге с постоянной скоростью выехал автомобиль. Когда автомобиль проехал 30 км, грузовик находился на расстоянии 65 км от деревни. Найдите расстояние от деревни до города, если в город грузовик и автомобиль приехали одновременно. Ответ выразите в километрах.

8. Четыре человека — Витя, Митя, Петя и Катя — прошли тест о предпочтениях, приведённый на картинке. Все они получили разные результаты.



Витя: Я люблю собак, у меня есть бульдог, но я не отношусь к третьему типу.

Митя: Я люблю решать задачи.

Петя: Я люблю кино.

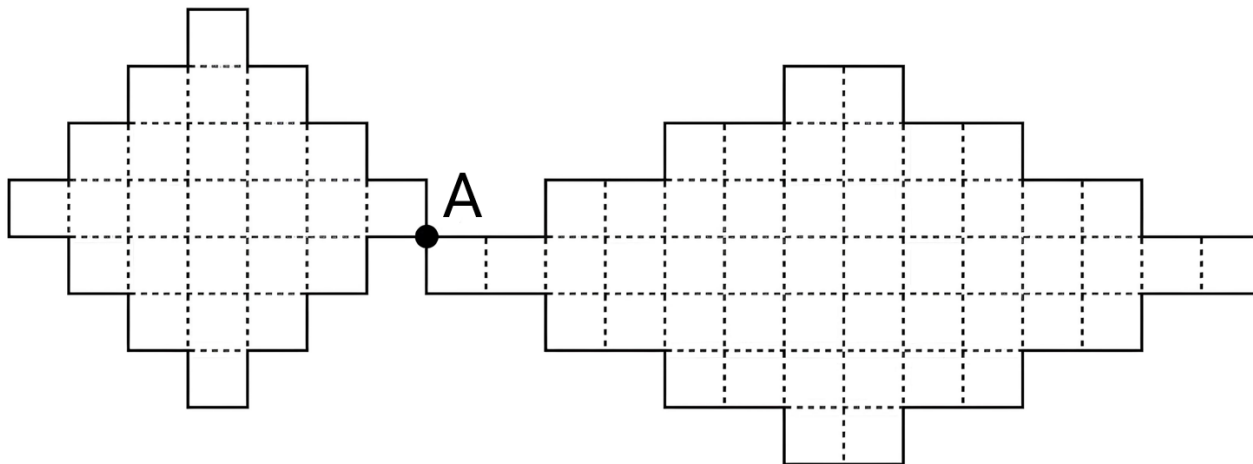
Катя: Все хорошо плавают, кроме меня.

Все участники диалога говорят честно. Кто к какому типу относится?

А) Тип 1	1) Петя
Б) Тип 2	2) Катя
В) Тип 3	3) Митя
Г) Тип 4	4) Витя

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 6 КЛАСС

1. Два арбуза, дыня и четыре нектарина стоят 1000 рублей, а арбуз, две дыни и два нектарина — на 50 рублей дешевле. Сколько стоит набор из арбуза, дыни и двух нектаринов? Ответ выразите в рублях.
2. Персонаж Ральф живёт в компьютерной игре, поэтому озёра в его мире имеют форму клетчатых фигур, показанных на рисунке.



Каждое утро Ральф идёт на пробежку вдоль берега одного из двух озёр: начинает в точке А, бежит с постоянной скоростью и заканчивает, когда вновь оказывается в А. Известно, что озеро размером в одну клетку персонаж обежал бы за 2 минуты. На сколько минут одна пробежка Ральфа длится дольше другой?

3. По кругу расставлены шестьдесят горшков. В каждом из горшков сидит хотя бы одна лягушка, и в любых трёх стоящих подряд горшках суммарно сидит ровно четыре лягушки. Сколькими способами цапля Анастасия сможет выбрать два горшка так, чтобы в них суммарно оказалось ровно три лягушки?

4. Аделина, Эвелина и Паулина писали олимпиаду по математике, где за каждую задачу можно было получить некоторое целое неотрицательное количество баллов. После объявления итогов выяснилось, что Аделина и Эвелина показали одинаковый результат, а сумма их баллов больше 15. Сумма баллов всех трёх девочек оказалась меньше 60 и в $3\frac{1}{3}$ раза больше, чем набрала Паулина. Сколько баллов на олимпиаде набрала Аделина?

5. В футбольном турнире принимали участие 35 команд, среди которых команды «Белка» и «Стрелка». Правила футбольного турнира следующие: каждая команда играет с каждой по одному разу, в каждом матче победившая команда получает 3 очка, а проигравшая — 0 очков, в случае ничьей обе команды получают по 1 очку. По результатам турнира команда «Белка» набрала 100 очков, а команда «Стрелка» со всеми командами сыграла вничью. Какая наибольшая сумма очков могла быть у команды, занявшей второе место по результатам турнира?

6. По кругу стоят N человек, пронумерованных по часовой стрелке от 1 до N . Первый, третий, пятый и так далее до конца нумерации сказали: «Мой сосед слева — рыцарь». Второй, четвёртый, шестой и так далее до конца нумерации сказали: «Мой сосед слева — лжец». Чему может быть равно число N ? Соседом слева называется следующий по часовой стрелке человек. Выберите все возможные варианты:

21

43

32

54

7. На каждом шаге к данному числу можно прибавить единицу или удвоить его. За какое наименьшее число шагов из числа 1 можно получить число 51?

8. Сколько существует натуральных чисел, в 23 раза больших своего наименьшего собственного делителя? Делитель называется собственным, если он больше 1, но меньше самого числа.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 7 КЛАСС



1. Несколько мальчиков купили в магазине по 5 пачек печенья, а экономная девочка Таня купила меньше. В каждой пачке по 12 печений. У всех детей вместе оказалось 396 печений. Сколько пачек печенья купила Таня?

2. Четыре числа a , b , c и d таковы, что верна пропорция $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$ и $ad = 60$.
Найдите произведение всех четырёх чисел.

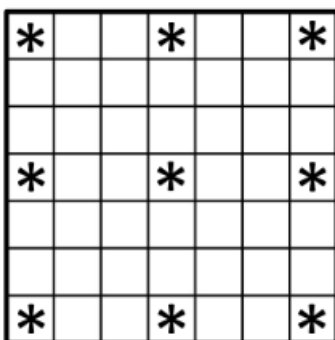
3. Андрей, Борис и Виктор хотели позавтракать пончиками. Но оказалось, что Андрею не хватает 50 рублей для покупки трёх пончиков, Борису — 25 рублей на два пончика, а Виктору — 13 рублей на один пончик. Тогда они сложили свои деньги, и выяснилось, что у них 500 рублей на всех. Сколько стоит пончик?

4. При нажатии на кнопку этажа в лифте 23-этажного дома кнопка загорается, а при повторном нажатии — гаснет. В лифт зашли Вася, Коля и Петя. Вася нажал на 12 различных кнопок, Коля — на 14, Петя — на 19. Изначально ни одна кнопка не горела, а в результате загорелись все. Сколько кнопок были нажаты трижды?

5. Квадрат 7×7 , показанный на рисунке, разрезан без остатка по линиям клеток

на фигурки вида  и .

Найдите максимально возможное количество пятиклеточных фигурок, содержащих звёздочки (одну или больше). Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



6. На балу присутствует не более 60 человек. Они танцуют в парах (один мужчина и одна женщина). В настоящий момент танцуют $\frac{3}{4}$ всех мужчин и $\frac{4}{5}$ всех женщин. Сколько людей присутствует на балу?

7. Среди трёх друзей один выше всех по росту, другой старше всех, а третий — самый хитрый. Самый высокий всегда говорит правду, самый старший всегда лжёт, а самый хитрый может иногда говорить правду, а иногда лгать. И Петя, и Вася сказали: «Я — самый хитрый!», а Алёша добавил: «Петя выше самого старшего из нас». Кто из ребят старше всех?

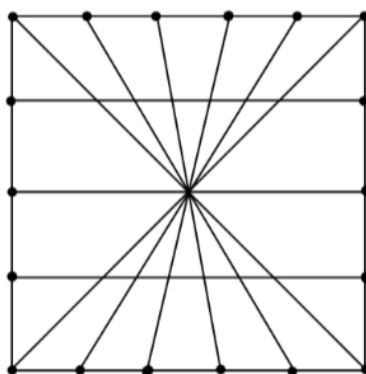
- Петя
- Вася
- Алёша

8. В левой верхней клетке прямоугольной клетчатой поляны 10×12 сидят 7 жуков. За один ход один из жуков переползает на одну клетку вправо или на одну клетку вниз. Через несколько ходов все жуки собрались в правой нижней клетке. Найдите наименьшее количество клеток, не посещённых ни одним жуком.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 8 КЛАСС

1. Аня нарисовала на плоскости квадрат и поделила верхнюю и нижнюю его стороны на 9 равных частей каждую. Затем она провела 10 прямых, соединяющих самую левую верхнюю точку с самой правой нижней, вторую слева верхнюю точку со второй справа нижней и так далее. После этого она поделила правую и левую стороны на 8 равных частей каждую и провела 7 горизонтальных прямых через точки деления. На сколько частей эти отрезки поделили квадрат?

На рисунке показан пример, когда сначала она провела 6 отрезков сверху вниз, а затем 3 горизонтальных.

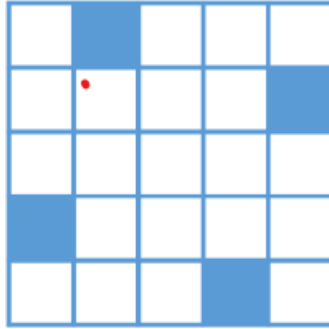


2. Однажды утром 10 января Кот в сапогах обнаружил, что его вес стал на 20 % больше, чем был до новогодних праздников. Чтобы восстановить форму, Кот в сапогах сел на диету и вскоре обнаружил, что его вес уменьшился на 20 % по сравнению с весом 10 января и на 224 грамма по сравнению с весом до новогодних праздников. Сколько весил Кот в сапогах до новогодних праздников? Ответ выразите в килограммах.

3. Из клетчатого квадрата 8×8 вырезали часть угловых клеток, а оставшуюся фигуру разбили на квадраты со сторонами 1 и 2 так, чтобы квадратов каждого типа получилось поровну. Сколько клеток могло быть вырезано?

4. В кошельке лежит 1000 рублей одно-, двух-; и пятирублёвыми монетами. Известно, что общее число монет равно 300 и что монет каких-то двух достоинств равное количество. Найдите это количество.

5. Сколько клетчатых прямоугольников, содержащих хотя бы одну закрашенную клетку, изображено на рисунке? Любой квадрат (в частности, сам квадрат 5×5) является прямоугольником.



6. В соревновании по настольному теннису участвовало ровно 50 ребят, среди которых половина — рыцари, всегда говорящие правду, и половина — лжецы, которые всегда лгут. По правилам турнира проигравший выбывал. В результате после нескольких игр ровно половина ребят выбыла. После этих событий каждый из оставшихся участников заявил, что выиграл ровно у одного рыцаря. Какое наибольшее количество рыцарей могло остаться среди участников турнира?

7. Даша нарисовала прямоугольник с целыми сторонами. Катя нарисовала свой прямоугольник, уменьшив длину Дашиного на 2 и увеличив ширину на 3. Таня тоже нарисовала свой прямоугольник, уменьшив длину Дашиного на 3 и увеличив ширину на 5. Оказалось, что площади прямоугольников Кати и Тани равны. Выберите все возможные значения периметра прямоугольника Даши:

- 50
- 52
- 54
- 100
- 206

8. Угол C треугольника ABC равен 60° . На продолжении стороны BC за точку C выбрана точка D так, что $DC + CA = BC$. Известно, что $AB = 8$. Найдите длину AD .

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 9 КЛАСС

1. В зрительном зале расставили стулья в 25 рядов, по 10 в каждом из них. Стулья пронумерованы: сначала от 1 до 10 в первом ряду, потом от 11 до 20 во втором ряду и так далее. Зрителям выдали билеты на спектакль с указанием номера стула. В перерыве решили сделать 25 рядов по 13 стульев в каждом и пронумеровать: сначала от 1 до 13 в первом ряду, потом от 14 до 26 во втором и так далее; зрители сели согласно указанным в билете номерам. Сколько зрителей теперь оказалось в том же ряду, что первоначально?

2. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка E . Известно, что $\angle EBC = 25^\circ$, $\angle BCA = 32^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$. Точка D на плоскости такова, что $AD \parallel BE$. Какое наименьшее значение может принимать величина $\angle DAB$? Ответ выразите в градусах.

3. Жора задумал три натуральных числа a, b, c . Чему могут равняться $a+b, b+c$ и $c+a$?

102, 201, 300

201, 302, 403

201, 303, 606

302, 305, 507

301, 403, 505

4. В турнире по боксу принимают участие 27 человек. Правила турнира таковы, что матч обязательно заканчивается победой одного из участников (т. е. ничьих не бывает). Турнир на выбывание: проигравший в каком-то поединке участник выбывает и больше не принимает участие в соревнованиях. По окончании турнира выяснилось, что N участников провели на ринге не менее 4 матчей. При каком наибольшем N такое возможно?

5. Саша и Юра задумали по числу от 1 до 10, после чего Саша заявил: «Неважно, какое число ты задумал, в произведении наших чисел нет цифры 6». Юра ответил: «Тогда сумма наших чисел равна 14». Саша и Юра не ошибаются. Какое число задумал Юра?

6. Баба Яга готовит зелье. Рецепт подразумевает, что в зелье должны попасть:

- не более 5 лягушек (возможно, 0);
- чётное число волчьих зубов (возможно, 0);
- кратное шести число драконьих чешуек (возможно, 0);
- ровно 2025 ингредиентов.

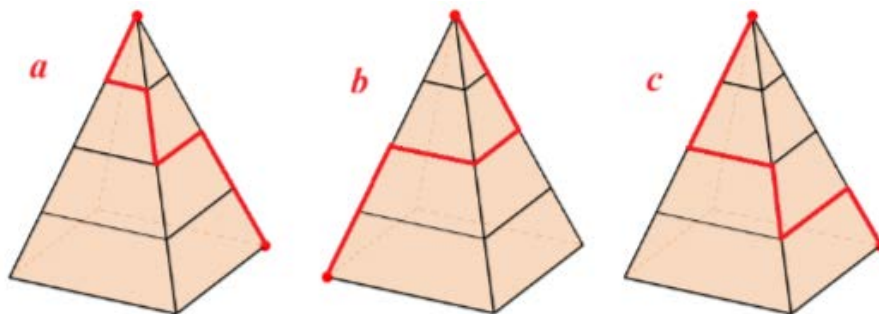
Сколькими способами Баба Яга может приготовить зелье? Порядок добавления ингредиентов неважен.

7. Длины сторон AB и AD прямоугольника $ABCD$ равны 20 и 23 соответственно. Пусть M — середина стороны CD , и пусть X — такая точка на плоскости, что A — середина отрезка XM . Найдите площадь треугольника XBD .

8. Простое число p таково, что для любых a и b числа $10a + 3b$ и $a + 8b$ или оба делятся на p , или оба не делятся. Чему может быть равно p ? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

1. Боковые грани пирамиды — четыре равных равнобедренных треугольника. На этих гранях проведены отрезки, параллельные основанию, как показано на чертеже. Длины путей, отмеченные на чертежах красным, соответственно равны a , b и c .



Выберите верное утверждение:

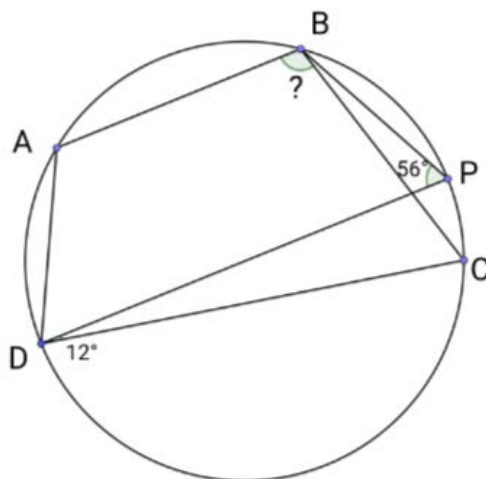
- $c > b = a$
- $b = c > a$
- $a = b = c$
- $a < b < c$

2. Действительные числа x и y таковы, что

$$\frac{9x}{y} = xy = 2x + 4y.$$

Какое наибольшее значение может принимать x ?

3. На чертеже четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω . Прямая, проходящая через точку D , и параллельная AB , пересекает ω в точке P . Известно, что $\angle PDC = 12^\circ$, $\angle DPB = 56^\circ$.



Найдите величину $\angle ABC$. Ответ выразите в градусах.

4. Натуральные числа a , b и c таковы, что $\text{НОД}(a, b) = 2$ и $\text{НОД}(b, c) = 4$. Чему может быть равен $\text{НОД}(a, c)$? Выберите все верные ответы:

- 12
- 3
- 6
- 1
- 2

5. У Жоры есть коробочка конфет, в которой конфеты расположены прямоугольником 4×5 (4 строчки, 5 столбцов). Жора берёт по одной конфете, каждый раз выбирая из строки, в которой осталось максимальное количество конфет; если таких несколько — из любой из них. Сколькими способами Жора мог съесть первые 5 конфет? Порядок поедания важен.

6. Прямая l , пересекающая стороны AB и AC треугольника ABC , разбивает его на равносторонний треугольник и на четырёхугольник. Пусть X и Y — проекции точек B и C на прямую l . Найдите длину отрезка XY , если $AB = 20$, $AC = 21$.

7. В стране 3 мегаполиса и 7 городков. Авиакомпания планирует расписание полётов между ними. Руководитель хочет, чтобы выполнялись следующие условия:

- от любого населённого пункта до любого другого можно добраться (прямым рейсом или с пересадками);
- если из пункта A есть рейс в пункт B , то и из пункта B есть рейс в пункт A ;
- из двух мегаполисов можно улететь ровно в четыре населённых пункта, а из одного — в три;
- из каждого городка можно улететь ровно в один населённый пункт.

Сколько существует способов организовать такое расписание?

8. Числа a_1, a_2, \dots, a_9 таковы, что

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_9^2}{a_1 + a_2 + \dots + a_9} = 48.$$

Какое наибольшее значение может принимать a_1 ?

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

1. Пете, Васе и Толе выдали одинаковые наборы из пяти карточек: 1, 4, 5, 6, 13. Каждый случайно выбирает одну из своих карточек и выкладывает на стол. Найдите вероятность того, что произведение чисел на карточках — простое число.

2. Если длину прямоугольного поля увеличить на 20 м, а ширину увеличить на 8 м, то его площадь увеличится на 9280 м^2 . На сколько уменьшится площадь поля, если его длину уменьшить на 20 м, а ширину уменьшить на 8 м? Ответ выразите в квадратных метрах.

3. На сторонах правильного семиугольника со стороной 2 отмечены две точки — A и B . Чему может быть равна длина отрезка AB ?

1

4

7

15

4. Какой остаток при делении на 32 даёт число $2^4 \cdot 5^6 \cdot 11^{10} \cdot 17^{17}$?

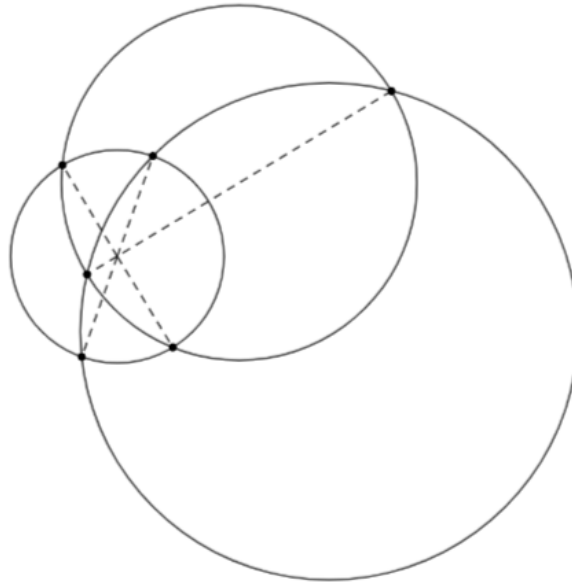
5. Каждое из чисел от 1 до 3491 записано чернилами одного из k цветов (каждый цвет встречается). Оказалось, что для каждого цвета количество чисел этого цвета равно наименьшему числу, записанному чернилами этого цвета. При каком наибольшем k это возможно?

6. Жора решил систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = \frac{9}{2}. \end{cases}$$

Для каждого решения Жора посчитал, чему равно $(x + y)^2$. Чему равна сумма всех чисел, посчитанных Жорой?

7. Три окружности радиусами 3, 5, 7 расположены так, что общая хорда пересечения любых двух окружностей является диаметром меньшей из них.



7.1. Найдите квадраты длин сторон треугольника, образованного центрами этих окружностей. Каждое число записывайте в отдельное поле в порядке возрастания.

7.2 Найдите квадрат площади треугольника, образованного центрами этих окружностей.

8. Пусть $n > 2024$ — натуральное число. На доске написаны натуральные числа от 2024 до n . За одну операцию робот берёт два наибольших числа на доске и заменяет их на их разность, тем самым уменьшая количество чисел на доске. Через некоторое время на доске останется только одно число. Сколько существует натуральных $n < 10\,000$, для которых это число будет равно 0?