

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

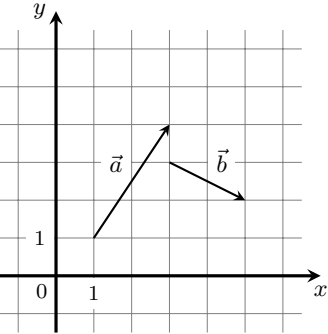
Основания равнобедренной трапеции равны 21 и 39, а её площадь равна 360. Найдите периметр трапеции.



Ответ: _____.

2

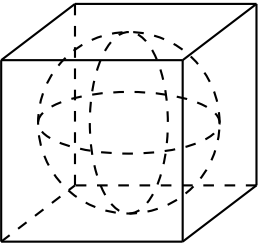
На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 3\vec{b}$.



Ответ: _____.

3

Шар вписан в куб, площадь грани которого равна $\frac{3}{\pi}$. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

- 4 Тania, Sonya, Vika, Egor, Borya и Maksim bросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

Ответ: _____.

- 5 Биатлонист три раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист попал в мишени не менее двух раз.

Ответ: _____.

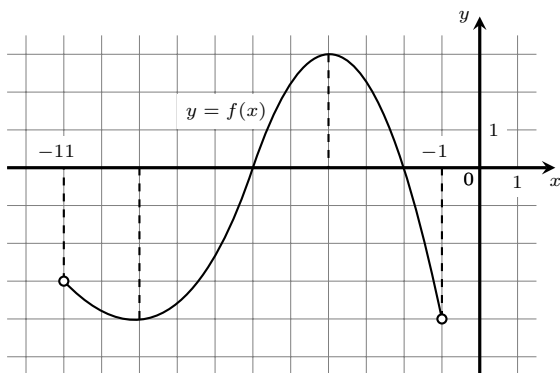
- 6 Найдите корень уравнения $3^{\log_9(4x+1)} = 9$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{51 \cos 4^\circ}{\sin 86^\circ} + 4$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-11; -1)$. Найдите точку из отрезка $[-7; -2]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

- 9 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 25^\circ\text{C}$, через радиатор пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,15$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_b = 57^\circ\text{C}$ до температуры T , причём

$$x = \alpha \cdot \frac{cm}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n},$$

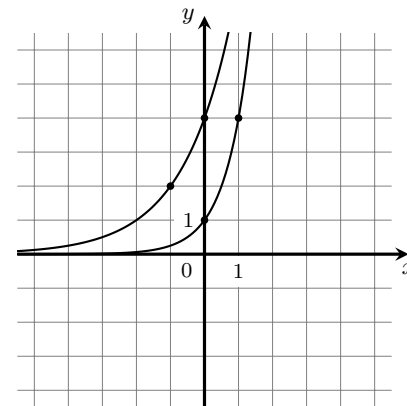
где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, $\alpha = 1,4$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

Ответ: _____.

- 10 Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 72%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 6%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = a^x$ и $g(x) = k \cdot b^x$, пересекающиеся в точке A. Найдите абсциссу точки A.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции

$$y = 32x - 32 \operatorname{tg} x - 14$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = \sin \left(x + \frac{\pi}{2}\right).$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

- 14 Дана прямая призма $ABCA_1B_1C_1$. На ребре BB_1 отмечена точка S . Основание высоты пирамиды SAA_1C_1C является точкой пересечения диагоналей грани AA_1C_1C .

- а) Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.
б) Найдите объём пирамиды SAA_1C_1C , если известно, что $AA_1 = 4$,
 $AB = \sqrt{3}$, $\sin \angle ASC = \frac{5\sqrt{3}}{14}$.

- 15 Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}} \left((x^2 + 2x - 3) (3x - x^2) \right) \leq 2 \log_{0,25} (9 - x^2) + \log_2 (x^2 - x) - 2.$$

- 16 В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тыс. рублей на 4 года. Условия его возврата таковы:

- в январе 2025 и 2026 годов долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2027 и 2028 годов долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2028 года кредит должен быть выплачен полностью.

Чему равна сумма всех платежей после полного погашения кредита?

- 17 Дан треугольник ABC , вокруг которого описана окружность Ω . Окружность ω касается сторон AB и BC треугольника ABC и окружности Ω в точках M , N и K соответственно. Известно, что $\angle ABC = 60^\circ$.

- а) Докажите, что $\angle MKN = 60^\circ$.
б) Найдите AC , если известно, что $BC = 8$ и общая касательная к окружностям Ω и ω параллельна стороне BC .

- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{(2x - a)(\sqrt{4a - a^2} - x)}{x^2 - 4x + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

- 19 На доске написан набор из четырёх необязательно различных ненулевых цифр. Гриша выписал на доску все различные четырёхзначные числа, состоящие из этого набора цифр.

- а) Мог ли Гриша выписать на доску ровно 12 чисел?
б) Мог ли Гриша выписать на доску ровно 15 чисел?
в) Чему равна наибольшая возможная разность двух чисел, выписанных Гришей на доску?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с правильным номером задания.