

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

-	0	,	8																	
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

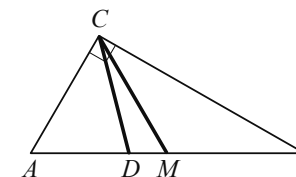
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

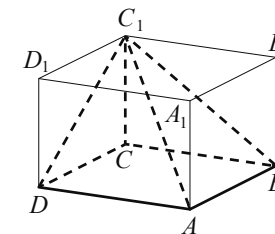
*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $21^\circ$ . Найдите величину угла между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BC = 9$ ,  $CD = 3$ ,  $CC_1 = 7$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, C_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Изумруд» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Изумруд» начнёт игру с мячом не больше одного раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,05. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

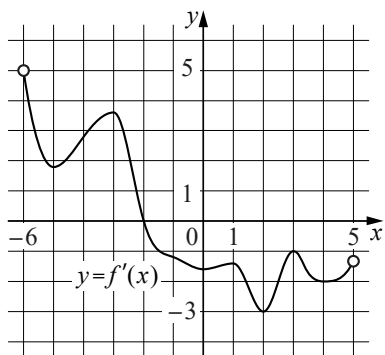
- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{9x-47} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения  $5\sqrt{2} \cos^2 \frac{7\pi}{8} - 5\sqrt{2} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-5; -2]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

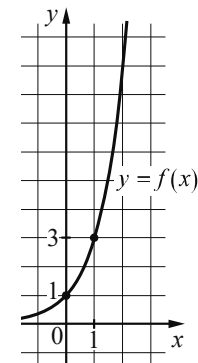
- 8 Водолазный колокол, содержащий  $\nu=3$  моль воздуха при давлении  $p_1=1,4$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$  (в атмосферах). Работа  $A$  (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 10,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Найдите давление  $p_2$  воздуха в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 29 430 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Катя и Настя, работая вместе, пропалывают грядку за 24 минуты, а одна Настя — за 42 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Катя?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(3)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 300x + 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\log_9(3^{2x} + 5\sqrt{2} \sin x - 6\cos^2 x - 2) = x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$ .

- 13 На рёбрах  $AC$ ,  $AD$ ,  $BD$  и  $BC$  тетраэдра  $ABCD$  отмечены точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $AK:KC = 2:3$ . Четырёхугольник  $KLMN$  — квадрат со стороной 2.

- а) Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны.  
б) Найдите расстояние от вершины  $B$  до плоскости  $KLM$ , если объём тетраэдра  $ABCD$  равен 25.

- 14 Решите неравенство 
$$\frac{8^{x+\frac{2}{3}} - 9 \cdot 4^{x+\frac{1}{2}} + 13 \cdot 2^x - 13}{4^{x+\frac{1}{2}} - 9 \cdot 2^x + 4} \leq 2^{x+1} - \frac{1}{2^x - 2} + \frac{3}{2^{x+1} - 1}.$$

- 15 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:  
— каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;  
— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга.  
Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 375 000 рублей?

- 16 Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $P$ . Хорды  $AB$  и  $AC$  пересекают меньшую окружность в точках  $K$  и  $M$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $KM$  и  $BC$  параллельны.  
б) Пусть  $L$  — точка пересечения отрезков  $KM$  и  $AP$ . Найдите длину отрезка  $AL$ , если радиус большей окружности равен 34, а  $BC = 32$ .

- 17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{7x-4} \cdot \ln(x^2 - 8x + 17 - a^2) = 0$$

имеет на отрезке  $[0; 4]$  ровно один корень.

- 18 Деревянную линейку, длина которой выражается целым числом сантиметров, разрезают на куски. За один ход можно взять один или несколько кусков линейки, положить их друг на друга и разрезать каждый из них на две части, длины которых выражаются целым числом сантиметров.

- а) Можно ли за четыре хода разрезать линейку длиной 16 см на куски длиной 1 см?  
б) Можно ли за пять ходов разрезать линейку длиной 100 см на куски длиной 1 см?  
в) Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы разрезать линейку длиной 200 см на куски длиной 1 см?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.