

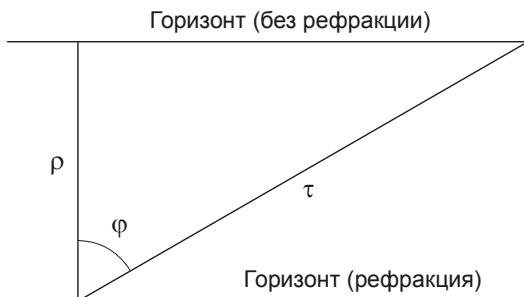
Всероссийская олимпиада школьников по астрономии – 2022
Региональный этап
Решения заданий и критерии оценивания

10 класс

1. Условие. Пункты А и В находятся на широте $+60^\circ$ в одном часовом поясе. Некоторая далекая звезда, расположенная на небесном экваторе, в один день взошла над горизонтом в пункте А в 06ч00м по поясному времени. Она же зашла за горизонт в этот день в пункте В в 17ч55м по времени того же пояса. Найдите расстояние между пунктами А и В по поверхности Земли. Рельефом Земли пренебречь.

1. Решение. По условию задачи, звезда находится на небесном экваторе. Если бы не эффект атмосферной рефракции, то в любой точке Земли, кроме полюсов, звезда находилась бы над горизонтом ровно половину звездных суток, то есть 11 часов и 58 минут, а потом такое же время располагалась под горизонтом. Однако, рефракция несколько увеличивает период нахождения звезды над горизонтом. Если мы обозначим угловую величину рефракции у горизонта через ρ , то восход звезды на широте φ произойдет раньше, чем в случае отсутствия атмосферы, на величину

$$\tau = \rho / \cos \varphi.$$



Если принять рефракцию на уровне моря равной $34'$, то во временном выражении величина τ составляет 4.5 звездных минут. Мы можем считать ее равной 4.5 солнечным или поясным минутам, разница будет несущественна для данной задачи. Такой же интервал времени добавляется на заходе звезды за горизонт. В итоге, время от восхода до захода звезды в одном пункте на широте 60° увеличивается на 9 минут и достигает 12ч07м.

Если звезда на небесном экваторе взошла в пункте А в 06ч00м, то она зайдет в этом пункте в 18ч07м. В другом пункте В она зашла в 17ч55м, то есть на 12 минут раньше. Вновь пренебрегая разницей хода звездного и поясного времени на столь малом интервале, мы получаем, что пункт В должен располагаться на 12 минут или на 3° восточней пункта А. Это не столь большая разница долгот $\Delta\lambda$. Выражая ее в радианах, мы можем определить расстояние между пунктами по простой формуле:

$$L = R \cos \varphi \Delta\lambda = 167 \text{ км.}$$

Здесь R – радиус Земли.

1. Система оценивания. Итоговая оценка за решение задачи определяется правильным учетом всех необходимых факторов, влияющих на время восхода/захода звезды. Если тот или иной фактор опускается, соответствующее число баллов участнику не выставляется, но все оставшееся решение, если оно выполнено верно с уже иным ответом, оценивается полностью. Если тот или иной фактор учтен неточно (с ошибкой не более чем в 2 раза), соответствующий этап задания засчитывается частично, вновь без влияния на другие этапы при условии их правильного выполнения. Дополнительное понижение (в 2 раза) всей итоговой оценки производится, если участник получил заведомо абсурдное большое расстояние между пунктами А и В, несовместимое с их расположением в одном часовом поясе (более 15° по долготе или более 800 км по расстоянию).

Фактор 1 (2 балла). Отличие звездных суток от солнечных. Если его не учитывать, но не делать иных ошибок, то звезда находилась бы над горизонтом на 2 минуты дольше – 12ч09м. Соответственно, разница долгот пунктов А и В составила бы 14 минут или 3.5° , расстояние между ними – 195 км.

Фактор 2 (3 балла). Учет атмосферной рефракции. Если его не производить, то время нахождения звезды над горизонтом составит 11ч58м, разница долгот пунктов А и В – 3м или 0.75° , расстояние составит 40 км. Участник может брать несколько иные значения рефракции, приводящие к сдвигу времени восхода/захода звезды от 4 до 5 минут. Это меняет разницу долгот пунктов А и В на ± 1 минуту, что соответствует изменению расстояния на 13-14 км, не влияя на оценку.

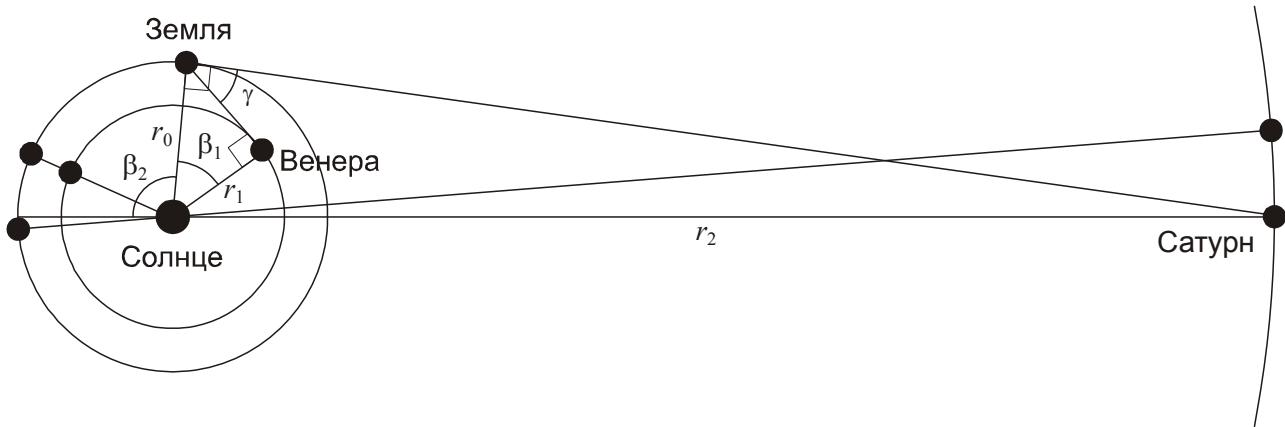
Возможная ошибка при учете фактора: опускание множителя 2 при вычислении увеличения времени наблюдения звезды за счет рефракции из-за а) учета широты места; б) учета как восхода, так и захода звезды. В таком случае время нахождения звезды над горизонтом уменьшается до 12ч02м-12ч03м, разница долгот – 7-8 минут, расстояние – 100-110 км. В этом случае за учет фактора 2 ставится 1 балл. Если делаются обе ошибки, и фактор рефракции занижается в 4 раза – этап не засчитывается.

Фактор 3 (2 балла). Учет уменьшения длины параллели на Земле при удалении от экватора. Если его опустить, то расстояние между пунктами А и В увеличивается в 2 раза до 330 км.

Фактор 4 (1 балл). Вычисление окончательного расстояния. Ошибки, сделанные на предыдущих этапах, не влияют на оценивание финального этапа, если в итоге не получается абсурдная величина (см. выше).

2. Условие. 30 октября 2021 года планета Венера оказалась в наибольшей восточной элонгации в небе Земли, а сама Земля – в наибольшей западной элонгации в небе Сатурна. Какая из планет – Венера или Сатурн – после этого раньше вступит в соединение (любое) с Солнцем в небе Земли и на сколько времени? Орбиты всех планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

2. Решение. Изобразим положение всех трех планет на своих орbitах в указанный день:



Коль скоро Земля оказалась в наибольшей западной элонгации при наблюдении с Сатурна, угол «Солнце – Земля – Сатурн» составляет 90° , то есть Сатурн при наблюдении с Земли находится в квадратуре, причем в восточной. Венера при наблюдении с Земли также располагается к востоку от Солнца. Угол «Солнце – Венера – Земля» также равен 90° . Венера отстает от Земли в своем орбитальном движении на угол

$$\beta_1 = \arccos(r_1/r_0) = 43.7^\circ.$$

Здесь r_0 и r_1 – радиусы орбит Земли и Венеры. Постепенно Венера, как внутренняя планета, будет догонять Землю, и этот угол будет уменьшаться. Если перейти в систему отсчета, связанную с направлением «Солнце–Земля», то Венера будет совершать в ней полный круг с синодическим периодом $S_1 = 583.9$ сут. Таким образом, время до ближайшего нижнего соединения Венеры с Солнцем равно

$$T_1 = S_1 \beta_1 / 360^\circ = 71 \text{ сут.}$$

В случае Сатурна ситуация несколько иная – Земля уже опережает его в своем движении по орбите и продолжает удаляться. Соединение Сатурна и Солнца в небе Земли наступит, когда Земля и Сатурн окажутся с разных сторон от Солнца. Для этого разность их долгот должна возрасти на угол

$$\beta_2 = 180^\circ - \arccos(r_0/r_2) = 96.0^\circ.$$

Здесь r_2 – радиус орбиты Сатурна. Обозначив синодический период Сатурна (378.1 суток) через S_2 , найдем время, оставшееся до его соединения с Солнцем:

$$T_2 = S_2 \beta_2 / 360^\circ = 101 \text{ сут.}$$

В итоге, нижнее соединение Венеры произойдет на 30 дней раньше соединения Сатурна. В реальности, нижнее соединение Венеры действительно наступает 9 января 2022 года, через 71 день после ситуации, описанной в условии задачи, а соединение Сатурна – 4 февраля, через 97 дней. Различие связано с эллиптичностью орбит планет.

2. Система оценивания.

1 этап (2 балла): Правильное текстовое или графическое описание взаимной конфигурации Земли и Венеры (1 балл) и Земли и Сатурна (1 балл).

2 этап (4 балла): Определение величин, на которые должны измениться разности долгот Венеры и Земли (2 балла) и Земли и Сатурна (2 балла), чтобы наступили соединения, в численном или аналитическом виде. Требуемая точность – 1° .

Вероятная ошибка участника: неверная интерпретация понятия соединения, что может изменить искомые величины на 180° : поиск момента верхнего соединения Венеры либо противостояния Сатурна. В этом случае не засчитывается часть этапа, соответствующая данной планете, и следующий этап.

Вероятная ошибка участника: вместо угла β_2 находится его дополнение до 180° (84°), что приближает соединение Сатурна на 13 дней. В этом случае не засчитывается часть данного этапа, связанная с Сатурном, последующий этап засчитывается наполовину.

3 этап (2 балла): определение разницы времен до ближайших соединений Венеры и Сатурна с Солнцем. Этап проще всего выполнить, используя величины синодических периодов обеих планет, приведенные в справочных данных, можно также производить вычисления через орбитальные периоды. Требуемая точность – 1 сутки, при правильной очередности (соединение Венеры происходит раньше).

3. Условие. Двойная система состоит из одинаковых звезд, идентичных Солнцу и обращающихся по круговым орбитам на расстоянии 1 а.е. друг от друга. В результате близкого пролета еще одной такой же звезды система распалась, все три звезды навсегда покинули окрестности друг друга. Определите минимальную скорость третьей звезды относительно центра двойной системы до сближения.

3. Решение. Обозначим массы каждой звезды как M , расстояние между ними – a . Каждая из них движется по окружности радиусом $a/2$ со скоростью v_0 , для которой справедливо соотношение:

$$\frac{GM^2}{a^2} = \frac{2Mv_0^2}{a}; \quad v_0 = \sqrt{\frac{GM}{2a}}.$$

Полная энергия двойной системы равна

$$E_0 = 2 \cdot \frac{Mv_0^2}{2} - \frac{GM^2}{a} = -\frac{GM^2}{2a}.$$

Третья звезда до сближения не взаимодействует с двойной системой и имеет скорость v . Тем самым, энергия системы из трех звезд в системе отсчета, связанной с положением центра масс двойной системы до сближения с третьей звездой, есть

$$E = \frac{Mv^2}{2} - \frac{GM^2}{2a}.$$

Нас интересует минимальное значение скорости v , при котором система распадется, то есть у звезд не останется потенциальной энергии взаимодействия друг с другом. Однако, в данной системе отсчета полная кинетическая энергия движения трех звезд не может обратиться в ноль, так как ее центр масс системы из всех трех звезд движется со скоростью $v/3$, и эта скорость не может измениться в результате взаимодействия. Наименьшая кинетическая энергия системы после взаимодействия будет в том случае, если все звезды на большом расстоянии друг от друга будут иметь скорость $v/3$. Тогда мы можем записать закон сохранения полной энергии:

$$\frac{Mv^2}{2} - \frac{GM^2}{2a} = 3 \cdot \frac{M(v/3)^2}{2} = \frac{Mv^2}{6}.$$

Отсюда мы получаем выражение для минимальной скорости третьей звезды до взаимодействия:

$$v = \sqrt{\frac{3GM}{2a}} = \sqrt{3}v_0 = 36.5 \text{ км/с.}$$

Вероятные потери энергии при взаимодействии звезд могут привести только к увеличению требуемой для распада системы скорости звезды, поэтому полученное значение действительно является минимальным.

3. Система оценивания. При проверке необходимо учитывать, что решение может вестись как в системе отсчета, связанной с центром масс двойной системы до взаимодействия, как сделано выше, так и в системе отсчета, связанной с общим центром масс всех звезд, оба подхода в равной степени обоснованы.

1 этап (2 балла). Выражение для полной энергии системы до взаимодействия. Предложенный выше ход решения наиболее полный, участники олимпиады вправе сразу написать, что полная энергия системы из двух звезд есть $-GM^2/2a$, как общеизвестный факт.

2 этап (4 балла). Выражение для минимальной полной энергии системы после взаимодействия.

Вероятная ошибка участника: решение ведется в системе отсчета, связанной с изначальным центром двойной системы, а минимальная полная энергия после взаимодействия считается равным нулю, что противоречит закону сохранения импульса. Это приводит к ответу без коэффициента $3/2$ под знаком корня и численному значению 29.8 км/с. В этом случае второй этап решения не засчитывается полностью (0 баллов), третий этап оценивается, исходя из правильности его выполнения (максимум за решение – 4 балла).

3 этап (2 балла). Вычисление минимальной скорости звезды, погрешность не выше 1 км/с.

4. Условие. Астрономическая обсерватория будущего построена на одной из карликовых планет Солнечной системы, обращающейся по круговой орбите. Измерения положения звезды, удаленной от Солнца на 10 пк, показали, что ее параллактическое и aberrационное смещения в течение одного оборота планеты вокруг Солнца имеют одинаковые амплитуды. Найдите орбитальный период планеты, на которой построена обсерватория.

4. Решение. Амплитуда параллактического смещения звезды при наблюдении с планеты составляет

$$p'' = 206265'' r/L = r \text{ (а.е.)} / L \text{ (пк),}$$

где r – радиус орбиты планеты, L – расстояние до звезды. Амплитуда аберрационного смещения есть

$$a'' = 206265'' v/c = 206265'' (r/r_0)^{-1/2} v_0/c = 20.5'' / (r \text{ (а.е.)})^{1/2}.$$

Здесь r_0 – радиус орбиты Земли, v_0 – орбитальная скорость Земли (29.8 км/с). По условию задачи, амплитуды одинаковы, а расстояние до звезды составляет 10 пк. Опуская обозначения единиц измерения, получаем выражение для радиуса орбиты:

$$r / 10 = 20.5 / r^{1/2}; \quad r = 205^{2/3} = 34.8 \text{ а.е.}$$

Очевидно, обсерватория располагается на транснептуновом теле. Период его обращения легко определить, так как при выражении в годах он равен $T = r^{3/2} = 205$ – величине, которая была определена по ходу выкладок в предыдущей формуле.

4. Система оценивания.

1 этап (2 балла). Правильная связь амплитуды параллактического смещения и радиуса орбиты обсерватории. Если участник делает ошибку, приводящую к появлению численного коэффициента, но не меняющую характер зависимости $p \sim r$ – этап не засчитывается, но все остальные, при условии их правильного выполнения, оцениваются в полной мере. Если ошибка приводит к изменению самого характера зависимости – этап не засчитывается, этап 2 оценивается исходя из правильности его выполнения, этапы 3 и 4 засчитываются не более чем наполовину.

2 этап (2 балла). Правильная связь амплитуды аберрационного смещения и радиуса орбиты обсерватории. Участник может не представлять выкладок, а сразу написать аберрационное смещение на орбите Земли как известное ($20''$ или $20.5''$). Если участник делает ошибку, приводящую к появлению численного коэффициента, но не меняющую характер зависимости $a \sim r^{-1/2}$ – этап не засчитывается, но все остальные, при условии их правильного выполнения, оцениваются в полной мере. Если ошибка приводит к изменению самого характера зависимости – этап не засчитывается, этап 1 оценивается исходя из правильности его выполнения, этапы 3 и 4 засчитываются не более чем наполовину.

3 этап (2 балла). Формулировка выражения либо численное определение радиуса орбиты тела, на котором установлена обсерватория. При численном исполнении допустимая погрешность составляет 0.5 а.е.

4 этап (2 балла). Вычисление орбитального периода карликовой планеты. Допустимая погрешность – 5 лет (в частности, значение ровно в 200 лет получится, если использовать величину аберрации на орбите Земли ровно в $20''$, и это допустимо).

5. Условие. При наблюдении из окрестностей звезды А звезды В и С имеют одинаковую звездную величину 1^m . При наблюдении из окрестностей звезды В звезды А и С имеют одинаковую звездную величину 2^m . Какая из звезд – А или В – выглядит ярче из окрестностей звезды С и на сколько звездных величин? Межзвездным поглощением пренебречь.

5. Решение и система оценивания. См. задание 5 для 9 класса.

6. Условие. 12 декабря 2023 года произойдет редкое явление – покрытие яркой звезды Бетельгейзе (α Ориона, $\alpha = 05^{\text{ч}}55.2\text{м}$, $\delta = +7^{\circ}24'$) астероидом Леона. Перед Вами карта видимости этого явления, на которой указана полоса видимости (границы соответствуют внутренним жирным линиям) и моменты середины покрытия в разных пунктах Земли по Всемирному времени в минутах после 1ч. Считая орбиту Леоны круговой, оцените ее видимую звездную величину в момент явления. Считать сферическое альбедо Леоны равным 0.05, а Бетельгейзе – точечным источником на небе.

6. Карта, решение и система оценивания. См. задание 6 для 9 класса.