



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Часть 1

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

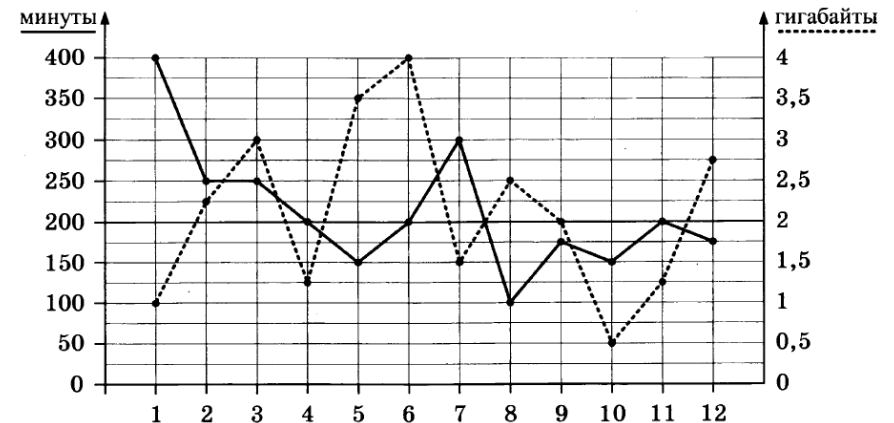
- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

На графике точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляет 400 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 200 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 2 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 140 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.



Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета указана в таблице.

Исходящие вызовы	3,5 руб./мин.
Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,5 Гб	90 руб. за пакет
SMS	4 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегистрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 130 SMS.

- 1 Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице количеству израсходованных гигабайтов.

Израсходованные гигабайты	3 Гб	1 Гб	0,5 Гб	2 Гб
Номер месяца				

Заполните таблицу, в ответ запишите подряд числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

- 2 Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в августе?

Ответ: _____.

- 3 Сколько месяцев в 2018 году абонент **не** превышал лимит по пакету исходящих минут?

Ответ: _____.

- 4 Сколько месяцев в 2018 году абонент **не** превышал лимит ни по пакету минут, ни по пакету мобильного интернета?

Ответ: _____.

- 5 В конце 2018 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф, условия которого приведены в таблице.

Стоимость перехода на тариф	0 руб.
Абонентская плата в месяц	300 руб.
в абонентскую плату ежемесячно включены:	
пакет исходящих минут	250 мин
пакет мобильного интернета	1,5 Гб
пакет SMS	180 SMS
после расходования пакетов:	
входящие вызовы	0 руб./мин
исходящие вызовы*	4,5 руб./мин
мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,5 Гб	140 руб. за пакет
SMS	3 руб./шт.

*исходящие вызовы на номера, зарегистрированные на территории РФ.

Абонент решает, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2018 г., если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2018 г., то абонент примет решение сменить тариф.

Перейдёт ли абонент на новый тариф? В ответе запишите ежемесячную абонентскую плату по тарифу, который выберет абонент на 2019 год.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{15}$$

Ответ: _____.





7 Одно из чисел $\sqrt{41}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{53}$, $\sqrt{63}$ отмечено на прямой точкой A.



Какое это число?

- 1) $\sqrt{41}$
- 2) $\sqrt{48}$
- 3) $\sqrt{53}$
- 4) $\sqrt{63}$

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$\frac{n^{\frac{5}{6}}}{\frac{1}{n^4} \cdot \frac{1}{n^{12}}}$$

при $n = 81$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение

$$(-5x + 3)(-x + 6) = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

10 В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет жёлтое такси.

Ответ: _____.

11 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

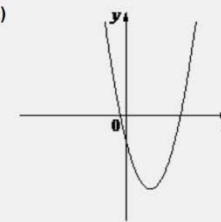
А) $a > 0, c < 0$

Б) $a < 0, c > 0$

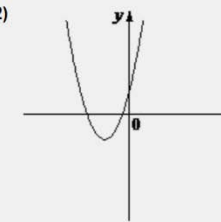
В) $a > 0, c > 0$

ГРАФИКИ

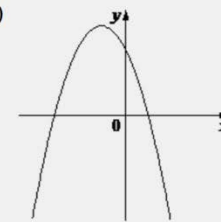
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

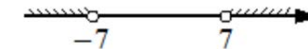
Ответ:

А	Б	В

12 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $9,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $180,5 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



- 1) $x^2 - 49 > 0$
- 2) $x^2 - 49 < 0$
- 3) $x^2 + 49 < 0$
- 4) $x^2 + 49 > 0$

Ответ:

- 14 Курс воздушных ванн начинают с 15 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 5 минут. В какой по счёту день продолжительность процедуры достигнет 1 часа?

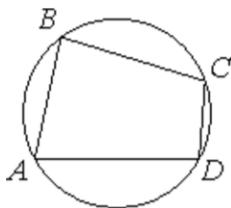
Ответ: _____.

- 15 Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 50° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 16 Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 82° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



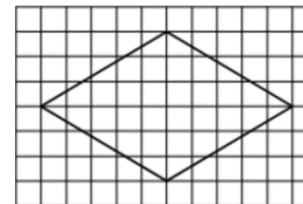
Ответ: _____.

- 17 Основания трапеции равны 4 и 10, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.
- 2) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
- 3) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0.$$

21 Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 + 10x - 21 & \text{при } x \geq 3, \\ -x + 3 & \text{при } x < 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 150° , а $CD = 32$.

24 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

25 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_40825331
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/user/ShkolaPifagora https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	31109		
2	490		
3	8		
4	4		
5	300		
6	4,5		
7	3		
8	9		
9	0,6		
10	0,4		
11	132		
12	2		
13	1		
14	10		
15	155		
16	98		
17	35		
18	10		
19	2		
20	$\frac{2}{3}; 2$		
21	10		
22	0; 4		
23	$16\sqrt{2}$		
24	■		
25	168		

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$.

Handwritten solution for task 20:

$$\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{x-1} - 3 = 0$$

Пусть $\frac{1}{x-1} = t$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$t_1 = -3$$

$$t_2 = 1$$

$$\frac{1}{x-1} = -\frac{3}{1}$$

$$-3x + 3 = 1$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{x-1} = 1$$

$$x-1 = 1$$

$$x = 2$$

ОТВЕТ: $\frac{2}{3}; 2$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

	Продукт	Время	Кол-во дет.
I	$x+10$	$\frac{60}{x+10}$	60
II	x	$\frac{60}{x}$	60

Handwritten equation for task 21:

$$x^2 + 10x - 200 = 0$$

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = -20$$

Handwritten solution for task 21:

$$t_{\text{пер}} - t_{\text{втор}} = 3$$

$$\frac{60}{x+10} - \frac{60}{x} = 3$$

$$\frac{60x + 600 - 60x}{x^2 + 10x} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{600}{x^2 + 10x} = \frac{3}{1}$$

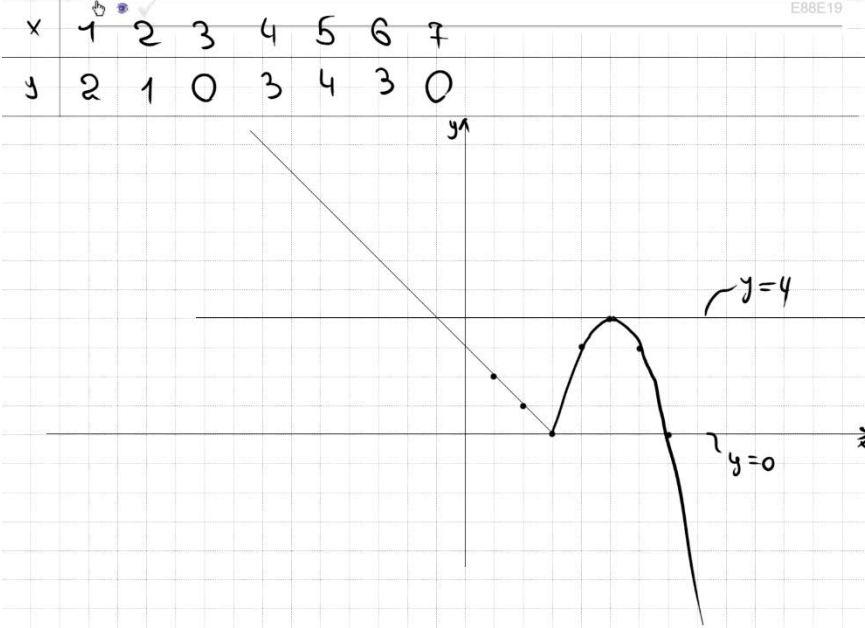
ОТВЕТ: 10

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



22

Постройте график функции $x_0 = \frac{-10}{2} = 5$
 $y = \begin{cases} -x^2 + 10x - 21 & \text{при } x \geq 3, \\ -x + 3 & \text{при } x < 3. \end{cases}$
 Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

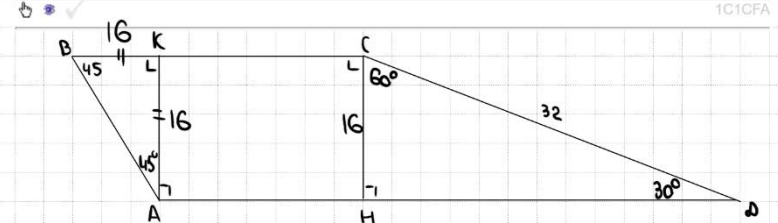


ОТВЕТ: 0, 4

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 150° , а $CD = 32$.



$\Delta CKH: CH = \frac{1}{2} \cdot 32 = 16 = AK$

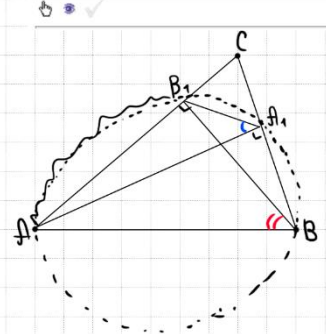
$AB = \sqrt{16^2 + 16^2} = 16\sqrt{2}$

ОТВЕТ: $16\sqrt{2}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.



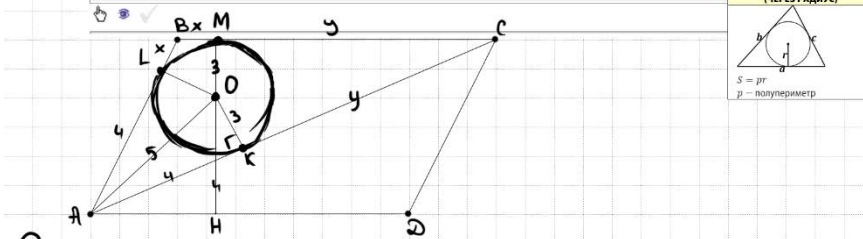
Построим окружность с диаметром AB
 A_1 и B_1 лежат на окружности, т.к.
 $\angle AA_1B = \angle A_1B_1B = 90^\circ$ и ок. на диаметре
 $\Rightarrow \angle AA_1B_1 = \angle ABB_1$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верно, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верно, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



25

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.



$$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle ABC}$$

$$S_{ABCD} = (x+y) \cdot 7$$

$$S_{ABC} = \frac{x+y+x+y+4+4}{2} \cdot 3 = (x+y+4) \cdot 3$$

$$6 \cdot (x+y+4) = 7 \cdot (x+y)$$

$$6(x+y) + 24 = 7(x+y)$$

$$S_{ABCD} = 24 \cdot 7 = 168$$

ОТВЕТ: 168

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.

