

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8
 -0 , 8 

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

**Часть 1**

**1**

Решите уравнение

$$\log_{x-1} 81 = 2.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

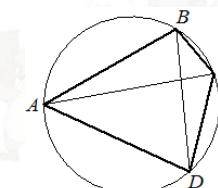
**2**

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже 36,8°C, равна 0,94. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется 36,8°C или выше.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $61^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $37^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

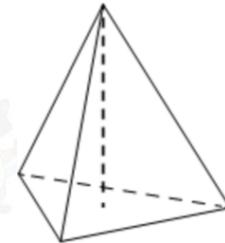


**4** Найдите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

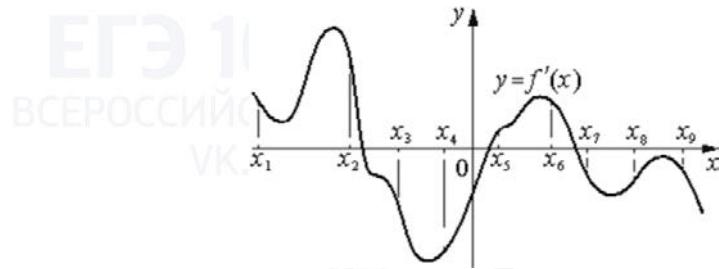
**5** В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 10,5. Найдите высоту пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**6**

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Сколько из этих точек лежит на промежутках убывания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

**7**

Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_{\text{п}} = 25^{\circ}\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,3 \text{ кг/с}$ . Проходя по трубе расстояние  $x$ , вода охлаждается от начальной температуры  $T_{\text{в}} = 57^{\circ}\text{C}$  до температуры  $T$ , причём  $x = \alpha \cdot \frac{cm}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,4$  — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8**

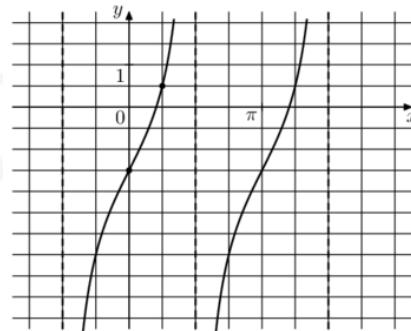
Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,5 км от дома. Один идёт со скоростью 2,2 км/ч, а другой — со скоростью 4,4 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**9**

На рисунке изображён график функции  $f(x) = a \operatorname{tg} x + b$ . Найдите  $a$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 8 \cos x + \frac{30}{\pi} x + 19 \text{ на отрезке } \left[ -\frac{2\pi}{3}; 0 \right].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*



## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

**12**

а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\sin \left( \frac{7\pi}{2} - x \right)} = \sqrt{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[ 2\pi; \frac{7\pi}{2} \right].$$

**13**

В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  все рёбра равны 7. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 4$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1P : PB_1 = 1 : 3$ , где  $P$  – точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1B_1$ .

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью  $\alpha$ .

**14**

Решите неравенство

$$\frac{31 - 5 \cdot 2^x}{4^x - 24 \cdot 2^x + 128} \geq 0,25.$$

**15**

В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;
- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы взятого кредита.

**16**

В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известны стороны и диагональ:  
 $AB = 3, BC = CD = 5, AD = 8, AC = 7$ .

- а) Докажите, что вокруг этого четырёхугольника можно описать окружность.  
 б) Найдите  $BD$ .

**17**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{x^2 + 8x + 16 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**18**

В последовательности  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ , состоящей из целых чисел,  $a_1 = 1, a_n = 235$ . Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

- а) Приведите пример такой последовательности.  
 б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?  
 в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

### О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

### Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
 Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_47937899](https://vk.com/topic-10175642_47937899)  
 (также доступны другие варианты для скачивания)

ЕГЭ 100

Русский язык

Математика

Физика

Биология

История

Литература

Английский язык

География

Химия

Геометрия

Алгебра

Физкультура

Социология

Психология

Компьютерные науки

Информатика

Биотехнологии

Биоинформатика

Биоэнергетика

Биохимия

Биотехнология

Биоматериалы

Биомедицина

Биотехнологии

Биотехнология

Биотехнологии



**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	10	▶
2	0,06	▶
3	98	▶
4	-0,5	▶
5	3,5	▶
6	5	▶
7	33	▶
8	1	▶
9	2	▶
10	0,0491	▶
11	-5	▶
12	a) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{13\pi}{4}$	▶
13	$\frac{2597}{8}$	▶
14	{1} $\cup$ (3; 4)	▶
15	119 700	▶
16	$\frac{55}{7}$	▶
17	$(-\infty; -6) \cup (-6; -3) \cup (-3; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 6) \cup (6; +\infty)$	▶
18	a) 1, 2, 3, 0, 5, -2, 7 ...235 б) нет в) 23	▶

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий  
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными.** За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

**Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.**

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



12 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{7\pi}{2}-x\right)} = \sqrt{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

$$a) \frac{\sin 2x}{-\cos x} - \frac{\sqrt{2}}{1} = 0$$

$$\frac{-2\sin x \cos x - \sqrt{2} \cos x}{\cos x} = 0$$

$$\begin{cases} -2\sin x \cos x - \sqrt{2} \cos x = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \quad | : (-1)$$

$$\begin{cases} \cos x \cdot (2\sin x + \sqrt{2}) = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$$

$$2\sin x + \sqrt{2} = 0$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

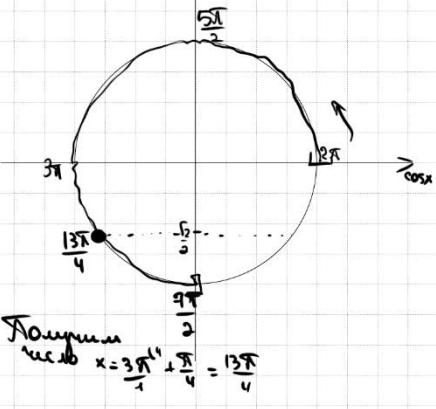
$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Допущенное значение } x = \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{13\pi}{4}$$

**ОТВЕТ:** а)  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$   
б)  $\frac{13\pi}{4}$

**Источники:**

Линенко 2020 (65 зад)   
Линенко 2019 (36 зад)   
Линенко 2018 (10 зад)   
Линенко 2017 (30 зад)   
Основная волна 2016   
Досрочная волна (Резерв) 2015



13

В кубе  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$  все ребра равны 7. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 4$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .а) Докажите, что  $A_1P : PB_1 = 1 : 3$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1B_1$ .б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью  $\alpha$ .

$$\Rightarrow \frac{A_1P}{PB_1} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{21}{4}} = \frac{1}{3}$$

$$\delta) V_{\text{куба}} = 7^3 = 343$$

$$\delta) \text{ меньшая часть куба} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7 \cdot 3 \cdot 21}{2} = \frac{147}{8}$$

$$\sum_{\text{чек}} = \frac{343}{1} - \frac{147}{8} = \frac{2744 - 147}{8} = \frac{2597}{8}$$

а)  $\triangle B_1LK \sim \triangle BB_1D_1$  по 2 углам

$$\frac{3}{7} = \frac{B_1L}{7\sqrt{2}} \quad B_1L = 3\sqrt{2}$$

 $\triangle C_1D_1L \sim \triangle PB_1L$  по 2 углам

$$\frac{3\sqrt{2}}{7\sqrt{2}} = \frac{PB_1}{7} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{PB_1}{7} \quad PB_1 = \frac{21}{7} = 3$$

**ОТВЕТ:**  $\frac{2597}{8}$ 

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i>	2
имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,	1
ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<b>Максимальный балл</b>	3

vk.com/ege100ballov

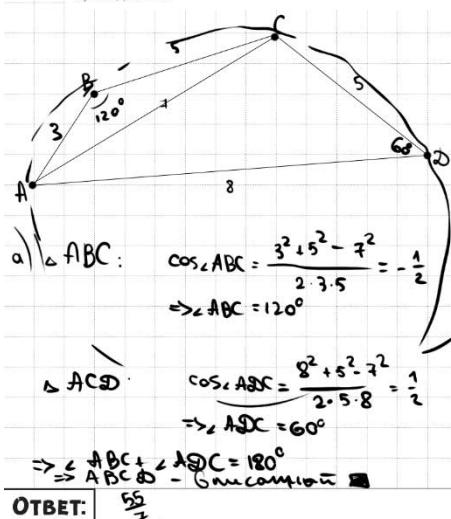




**16**

В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известны стороны и диагональ:  $AB = 3$ ,  $BC = CD = 5$ ,  $AD = 8$ ,  $AC = 7$ .

- а) Докажите, что вокруг этого четырёхугольника можно описать окружность.  
б) Найдите  $BD$ .



но  $\subset$ . Гипотеза  
б)  $\angle BDC = 3 \cdot 5 + 5 \cdot 8$

$BD = \frac{55}{7}$

**Источники:**

Досрочная волна (резерв) 2018

**ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ**1  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$ 2  $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ **ТЕОРЕМА ПТОЛЕМЕЯ****17**Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$9x^2 - a^2 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 - a^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 0 \\ x^2 + 8x + 16 - a^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3x-a)(3x+a) = 0 \\ (x+4)^2 - a^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3x-a)(3x+a) = 0 \\ (x+4-a)(x+4+a) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{a}{3} \\ x_2 = -\frac{a}{3} \\ x \neq a-4 \\ x \neq -a-4 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(-2; -4) \cup (-6; -3) \cup (-3; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 6) \cup (6; +\infty)$

**Источники:**

ФИР (старый банк)

Досрочная волна (резерв) 2013

Основная волна (резерв)

$x_1$  и  $x_2$  должны быть разными

$$\frac{a}{3} \neq -\frac{a}{3}$$

$$\frac{2a}{3} \neq 0$$

$$\Rightarrow a \neq 0$$

$x_1$  не должен быть равен  $a-4$

$$\begin{cases} \frac{a}{3} \neq a-4 \\ \frac{2a}{3} \neq a-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2a}{3} \neq a-4 \\ \frac{4a}{3} \neq a-4 \end{cases}$$

$x_2$  не должен быть равен  $-a-4$

$$\begin{cases} -\frac{a}{3} \neq -a-4 \\ -\frac{a}{3} \neq a-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4a}{3} \neq a-4 \\ \frac{2a}{3} \neq a-4 \end{cases}$$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$	3
Получен обоснованный ответ в пункте $b$	
ИЛИ	
имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ	
при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,	
ИЛИ	
обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<b>Максимальный балл</b>	<b>3</b>

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<b>Максимальный балл</b>	<b>4</b>





18

В последовательности  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ , состоящей из целых чисел,  $a_1 = 1, a_n = 235$ . Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

а) Приведите пример такой последовательности.  
 б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?

12. Укажите, сколько числа может состоять такая последовательность?

- а) 12      б) 18  
~~12~~      ~~18~~
- Если сумма соседних членов 3, тогда  
 б, потом 3, снова 5 и т.д., то числа на  
 чётных позициях увеличиваются на 2.  
 Таким образом, дойдём до 235.

б) 1      Заметим, что на  
 2      чётных позициях  
 5      всегда стоит чётное  
 25      число, поэтому  $a_{100} = 235$   
 не может быть

ОТВЕТ:  
 а) Приведен  
 б) нет  
 в) 23

Пример 1

4	5
21	5
-16	25
41	5
-36	25
61	5
-56	25
81	25
-28	3
103	3
125	25
147	25

169

191

213

235

## Источники:

ФИР (старый банк)  
 ФИР (новый банк)  
 Лапченко 2018

353F03

+22 - максимальный  
 чёт увезличение  
 чётных чисел.

$$\Rightarrow h \geq 23$$

Нужно заменить 4 число  
 на 22 на 4 число  
 на 20

137  
 -  
 199  
 -  
 221

213 (небольшое на 8)

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: - обоснованное решение пункта а; - обоснованное решение пункта б; - искомая оценка в пункте в; - пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Министром России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

