

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

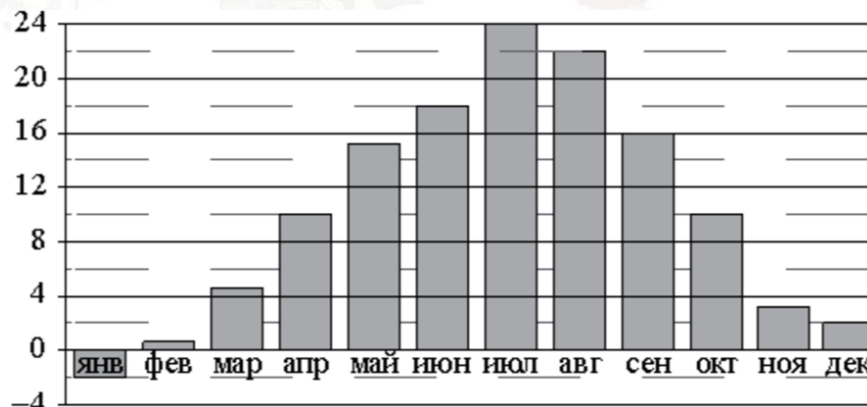
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1** Теплоход рассчитан на 600 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наименьшую среднемесячную температуру. Ответ дайте в градусах Цельсия.



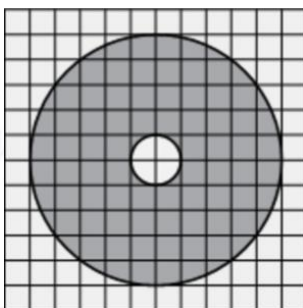
Ответ: \_\_\_\_\_.



ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210208



- 3 На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 12. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

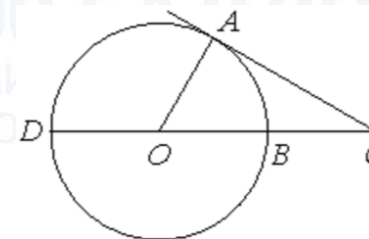
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения

$$36^{x-5} = \frac{1}{6}$$

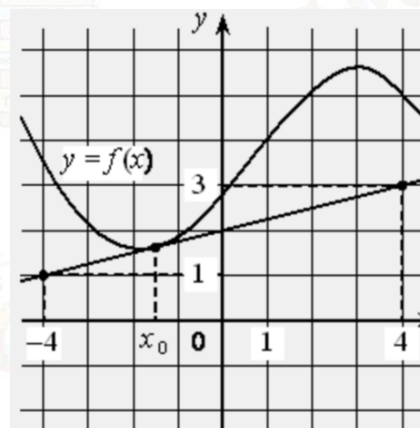
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Угол  $ACO$  равен  $28^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности с центром в точке  $O$ . Сторона  $CO$  пересекает окружность в точках  $B$  и  $D$  (см. рис.). Найдите градусную меру дуги  $AD$  окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

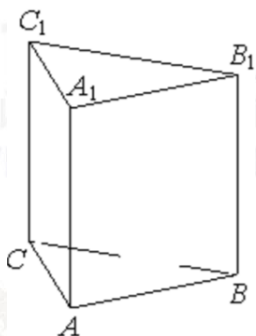


Ответ: \_\_\_\_\_.

vk.com/ege100ballov



- 8 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, C, A_1, B_1$  правильной треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$ . Площадь основания призмы равна 9, а боковое ребро равно 4.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения

$$\frac{7 \sin 154^\circ}{\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения  $P$  (в ваттах) нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma S T^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  – постоянная, площадь поверхности  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности  $S = \frac{1}{18} \cdot 10^{21}$  м<sup>2</sup>, а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $4,104 \cdot 10^{27}$  Вт. Определите температуру этой звезды. Дайте ответ в градусах Кельвина.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Один мастер может выполнить заказ за 30 часов, а другой – за 15 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 3x^2 - 10x + 4 \ln x + 11 \text{ на отрезке } \left[ \frac{10}{11}; \frac{12}{11} \right].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

vk.com/ege100ballov



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4 \sin^2 \frac{x}{2}$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right].$$

- 14 В треугольной пирамиде  $PABC$  с основанием  $ABC$  известно, что  $AB = 17$ ,  $PB = 10$ ,  $\cos \angle PBA = \frac{32}{85}$ . Основанием высоты этой пирамиды является точка  $C$ . Прямые  $PA$  и  $BC$  перпендикулярны.

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.  
б) Найдите объём пирамиды  $PABC$ .

- 15 Решите неравенство

$$(2 - 3x) \cdot \log_{2x-1}(x^2 - 2x + 2) \leq 0.$$

- 16 В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $BH$ . Из точки  $H$  на стороны  $AB$  и  $BC$  опустили перпендикуляры  $NK$  и  $NM$  соответственно.

- а) Докажите, что треугольник  $MVK$  подобен треугольнику  $ABC$ .  
б) Найдите отношение площади треугольника  $MVK$  к площади четырёхугольника  $AKMC$ , если  $BH = 3$ , а радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 4.

- 17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 1,25 млн рублей?

- 18 Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$|\sin^2 x + 2 \cos x + a| = \sin^2 x + \cos x - a$$

имеет на промежутке  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  единственный корень.

- 19 Красный карандаш стоит 17 рублей, синий – 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.

- а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?  
б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?  
в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

vk.com/ege100ballov



**О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_41259310](https://vk.com/topic-10175642_41259310)

(также доступны другие варианты для скачивания)

**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	10-й год готовлю к ЕГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) <a href="#">20 учеников</a> набрали 90-99 баллов на ЕГЭ 2020 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>Аккаунт и группа ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a> <a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб и инстаграм:</b>	<a href="https://youtube.com/c/pifagor1">https://youtube.com/c/pifagor1</a> <a href="https://instagram.com/shkola_pifagora">https://instagram.com/shkola_pifagora</a>

**Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	9	
2	-2	
3	288	
4	0,55	
5	4,5	
6	118	
7	0,25	
8	12	
9	14	
10	6000	
11	10	
12	4	
13	а) $2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-3,5\pi; -4\pi$	
14	120	
15	$(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}] \cup (1; +\infty)$	
16	9:55	
17	20,25 млн	
18	$(-\infty; 0] \cup \{\frac{1}{4}\}$	
19	а) да, например 18 красных и 14 синих б) нет в) 33	



### Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

**13** Задание с развернутым ответом

а) Решите уравнение  $\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4 \sin^2 \frac{x}{2}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$ .

№: 5061

а)  $\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} - \frac{4 \cdot \sin^2 \frac{x}{2}}{1} = 0$

$\sin x - \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}} + 2 \cdot \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2} = 0$

$\frac{\sin x - \sin^2 x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 0$

$\sin x - \sin^2 x = 0$

$\sin x \cdot (1 - \sin x) = 0$

$\cos^2 \frac{x}{2} \neq 0$   
 $\cos \frac{x}{2} \neq 0$   
 $\frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$

**ОТВЕТ:** а)  $2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-3,5\pi; -1,5\pi$

**Источники:**  
 оэбri  
 Досрочная волна 2018

$\sin x = 0$   
 $x = \pi n + 2\pi n$   
 $x = 2\pi n$

$\sin x = 1$   
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) Отбросим корни с помощью окружности.

Максимальный балл 2

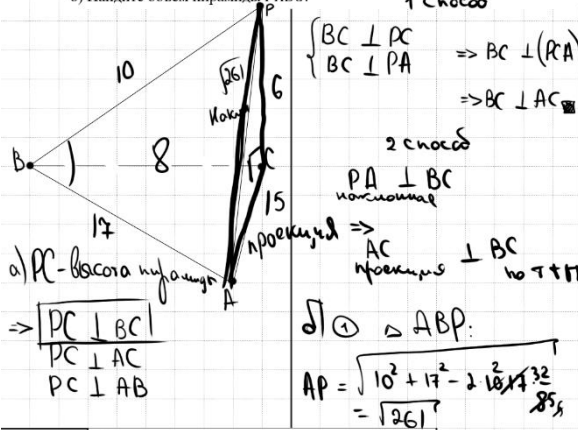
Содержание критерия	Баллы
Обосновано получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обосновано получен верный ответ в пункте а ИЛИ б	1
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл 2	

vk.com/ege100ballov



**14** В треугольной пирамиде  $PABC$  с основанием  $ABC$  известно, что  $AB = 17, PB = 10$ ,  $\cos \angle PBA = \frac{32}{85}$ . Основанием высоты этой пирамиды является точка  $C$ . Прямые  $PA$  и  $BC$  перпендикулярны.

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.  
б) Найдите объем пирамиды  $PABC$ .



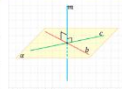
**ОТВЕТ:** 120

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

**Источники:**

Гордины #14 2019  
Основная волна (Резерв) 2017

**ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ**



Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости  
Если  $m \perp a, m \perp b$ , то  $m \perp \alpha$   
( $a, b \in \alpha$ )

1 способ

$$\begin{cases} BC \perp PC \\ BC \perp PA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (PA) \Rightarrow BC \perp AC$$

2 способ

$PA \perp BC$  по условию  
проекции  $\Rightarrow AC \perp BC$   
по Т+Т

①  $\Delta ABC$ :  $17^2 = AC^2 + BC^2$   
②  $\Delta BPC$ :  $10^2 = PC^2 + BC^2$   
③  $\Delta APC$ :  $261 = AC^2 + PC^2$

①  $\Delta ABP$ :

$$AP = \sqrt{10^2 + 17^2 - 2 \cdot 10 \cdot 17 \cdot \frac{32}{85}} = \sqrt{261}$$

① - ②  
 $189 = AC^2 - PC^2$

$$\begin{cases} 189 = AC^2 - PC^2 \\ 261 = AC^2 + PC^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 450 &= 2AC^2 \\ AC^2 &= 225 \\ AC &= 15 \end{aligned}$$

③  $V_{PABC} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 15 \cdot 6 = 120$

**15** Решите неравенство  $(2 - 3x) \cdot \log_{2x-1}(x^2 - 2x + 2) \leq 0$ .

$$(2-3x) \cdot (\log_{2x-1}(x^2-2x+2) - \log_{2x-1} 1) \leq 0$$

$$\begin{aligned} ① & (2-3x) \cdot (2x-1-1) \cdot (x^2-2x+2-1) \leq 0 \\ ② & 2x-1 \neq 1 \\ ③ & 2x-1 > 0 \\ ④ & x^2-2x+1 > 0 \end{aligned}$$

①  $(2-3x) \cdot (2x-2) \cdot (x^2-2x+1) \leq 0$

②  $x \neq 1$   
③  $x > \frac{1}{2}$   
④  $x^2 - 2x + 1 + 1 > 0$   
 $(x-1)^2 + 1 > 0$   
 $x - 1 \neq 0$

**ОТВЕТ:**  $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}] \cup (1; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «<=», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

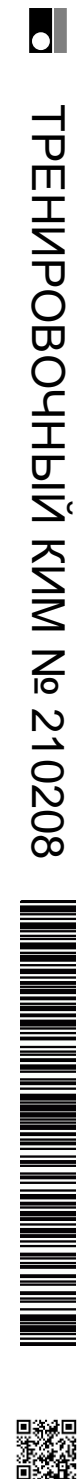
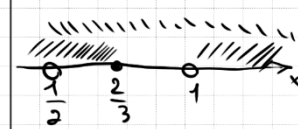
**Источники:**

ЕГЭ  
сб/ри  
Ященко 2018  
Досрочная волна 2016

**МЕТОД ЗАМЕНЫ МНОЖИТЕЛЕЙ**

Было	Стало
$\log_a f - \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f - a^g$	$(a-1)(f-g)$
$ f  -  g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$(f-g)$

Наблюдим пересечение:



**16** Задание с развернутым ответом

В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $BH$ . Из точки  $H$  на стороны  $AB$  и  $BC$  опустили перпендикуляры  $NK$  и  $HM$  соответственно.  
 а) Докажите, что треугольник  $MVK$  подобен треугольнику  $ABC$ .  
 б) Найдите отношение площади треугольника  $MVK$  к площади четырехугольника  $AKMC$ , если  $BH = 3$ , а радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 4.

Источники:  
 оэбпр  
 Яценко 2016 (36 впр)  
 Семёнов 2015  
 Основная волна 2014  
 Материалы для экспертов ЕГЭ

**17**

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:  
 — каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;  
 — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;  
 — в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.  
 Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платеж составит 1,25 млн рублей?

**Источники:**  
 ЕГЭ  
 оэбпр  
 Основная волна 2019

Иванов 4383

② Пусть  $\angle KNK = d$   
 $\angle K = 2d$   
 $\angle A = 90 - d$   
 $\angle B = 90 - d$

①  $\triangle MBK \sim \triangle ABC$  по двум углам  
 $\angle B = \angle B$   
 $\angle K = \angle A = 90 - d$

а)  $\angle BKH = 90^\circ$  - эти углы  
 $\angle BMN = 90^\circ$  - они на отрезке  $BH$   
 $\Rightarrow$  около  $BMK$  можно описать окружность с диаметром  $BK$

б)  $S_{ABC} = \frac{64 \times 3}{9 \times 3} = \frac{64}{9}$   
 $S_{MBK} = \frac{9 \times 3}{55 \times 3} = \frac{9}{55}$   
 $\Rightarrow S_{AKMC} = 55 \times \frac{9}{55} = 9$

**ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА**  
 Если два равных угла опираются на один отрезок, то около четырехугольника можно описать окружность

**УГОЛ МЕЖДУ КАСАТЕЛЬНОЙ И ХОРДОЙ**  
 $\alpha = \frac{AB}{2}$

**ОТВЕТ:** 9,55

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<b>Максимальный балл</b>	<b>3</b>

$n$  - срок кредита  
 мартов - месяц платежа

Дата	Сумма долга
1.07.21	9
1.08.21	9 * 1,25 = 11,25
1.09.21	9 * 1,25^2 = 14,06
1.10.21	9 * 1,25^3 = 17,58
1.11.21	9 * 1,25^4 = 21,97
1.12.21	9 * 1,25^5 = 27,47
1.01.22	9 * 1,25^6 = 34,34
1.02.22	9 * 1,25^7 = 42,92
1.03.22	9 * 1,25^8 = 53,65
1.04.22	9 * 1,25^9 = 67,06
1.05.22	9 * 1,25^10 = 84,43
1.06.22	9 * 1,25^11 = 106,04
1.07.22	9 * 1,25^12 = 133,80

Взносы с февраля по июль  
 $\frac{9}{n} \cdot 1,25 = 1,25$   
 $n = 9$

О.С.В. =  $\frac{1 \cdot 9 + 9 \cdot 9}{2} \cdot 9 = 29,25$

**ОТВЕТ:** 20,25 млн

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<b>Максимальный балл</b>	<b>3</b>

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.  
 Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.  
 Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокочастотен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепонятен и достаточно ясен для того, чтобы попытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.  
 Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

vk.com/ege100ballov

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210208





**18** Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $|\sin^2 x + 2 \cos x + a| = \sin^2 x + \cos x - a$  имеет на промежутке  $(\frac{\pi}{2}; \pi]$  единственный корень.

**Источники:**  
ФИПИ  
Основная волна (Резерв) 2013

**1 окружность**

$\sin^2 x + 2 \cos x + a \geq 0$   
 $\sin^2 x + 2 \cos x + a = \sin^2 x + \cos x - a$   
 $\sin^2 x + 2 \cos x + a < 0$   
 $-\sin^2 x - 2 \cos x - a = \sin^2 x + \cos x - a$

$\cos x = -2a$  на  $(\frac{\pi}{2}, \pi]$   
 $\sin^2 x + 2 \cos x + a \geq 0$

$1 - \cos^2 x + 2 \cos x + a \geq 0$   
 $1 - (-2a)^2 + 2 \cdot (-2a) + a \geq 0$   
 $-4a^2 - 3a + 1 \geq 0$   
 $4a^2 + 3a - 1 \leq 0$

**2 окружн.**

$2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$   
 $\sin^2 x + 2 \cos x + a < 0$

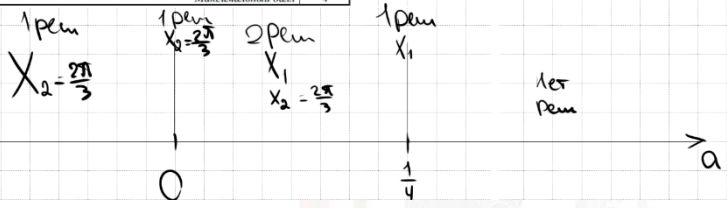
Решим уравнение:  
 $2 \cdot (1 - \cos^2 x) + 3 \cos x = 0$   
 $-2 \cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$   
 $\cos x = -\frac{1}{2}$      $\cos x = 2$

Найдём пересечение.

**ОТВЕТ:**  $(-\infty; 0] \cup \{\frac{1}{4}\}$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

Подставим в кр-во:  
 $\sin^2(\frac{2\pi}{3}) + 2 \cos(\frac{2\pi}{3}) + a < 0$   
 $a < -\frac{3}{4} + 1$   
 $a < \frac{1}{4}$



**19** Красный карандаш стоит 17 рублей, синий – 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.

**Источники:**  
Ященко 2020 (50 вар)  
Ященко 2019 (36 вар)  
Ященко 2018 (36 вар)  
СтатГрад 2015

- а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?  
 б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?  
 в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

а) Пусть  $x$  - число красных карандашей  
 $32 - x$  - число синих

$x \cdot 17 + (32 - x) \cdot 13 \leq 495$   
 $17x + 416 - 13x \leq 495$   
 $4x \leq 79$   
 $x \leq 19,75$   
 Если  $x = 19$ , то  $32 - x = 13$   
 Проверка  $x = 18$ ,  $32 - x = 14$   
 $18 \cdot 17 + 14 \cdot 13 = 488 \checkmark$

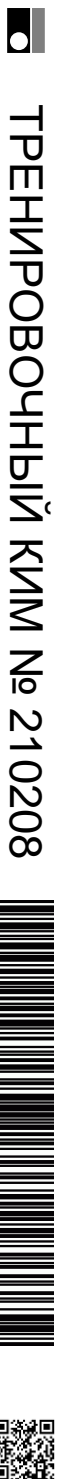
б)  $17x + 13 \cdot (35 - x) \leq 495$   
 $4x \leq 495 - 455$   
 $4x \leq 40$   
 $x \leq 10$   
 Если  $x = 10$ , то  $35 - x = 25$   
 Если  $x = 9$ , то  $35 - x = 26$

в) Проверим 33  
 $17x + 13 \cdot (33 - x) \leq 495$   
 $4x \leq 66$   
 $x \leq 16,5$   
 Если  $x = 16$ , то  $33 - x = 17$   
 $16 \cdot 17 + 17 \cdot 13 = 493 \checkmark$   
 Проверим 34  
 $17x + 13 \cdot (34 - x) \leq 495$   
 $4x \leq 53$   
 $x \leq 13,25$   
 Если  $x = 13$ , то  $34 - x = 21$   
 $x = 12$   
 $\Rightarrow$  Разница  $\geq 8$

**ОТВЕТ:** а) Да  
 б) Нет  
 в) 33

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а); – обоснованное решение пункта б); – исковая оценка в пункте в); – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

При числе карандашей  $\geq 34$  разница между синими и красными будет  $\geq 8$ , либо неравенство не будет иметь решений



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ  
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ  
VK.COM/EGE100BALLOV



vk.com/ege100ballov

