

Утверждено Приказом директора ФГБНУ «ФИПИ»
от 25.11.2020 г. № 173-П

**Спецификация
экзаменационных материалов для проведения в 2021 году
государственного выпускного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ (устная форма)
для обучающихся по образовательным программам
СРЕДНЕГО общего образования**

1. Назначение экзаменационной работы

Государственный выпускной экзамен (ГВЭ) представляет собой форму государственной итоговой аттестации для обучающихся в специальных учебно-воспитательных учреждениях закрытого типа, а также в учреждениях, исполняющих наказание в виде лишения свободы, для обучающихся по образовательным программам среднего профессионального образования, получающих среднее общее образование по имеющим государственную аккредитацию образовательным программам среднего общего образования, в том числе по образовательным программам среднего профессионального образования, интегрированным с образовательными программами основного общего и среднего общего образования, для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, для обучающихся – детей-инвалидов и инвалидов, осваивающих образовательные программы среднего общего образования.

ГВЭ позволяет установить уровень освоения обучающимися федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике, базовый уровень.

ГВЭ проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» и Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования, утверждённым приказом Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512 (зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018, регистрационный № 52952).

2. Документы, определяющие содержание экзаменационной работы

Содержание экзаменационных материалов ГВЭ-11 в устной форме составлено на основе федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике, базовый уровень (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

3. Структура и содержание экзаменационной работы

Комплект экзаменационных материалов по математике для ГВЭ-11 в устной форме состоит из 15 билетов. Участникам экзамена должна быть предоставлена возможность выбора экзаменационного билета, при этом номера и содержание заданий экзаменационных билетов не должны быть известны участнику экзамена в момент выбора экзаменационного билета из предложенных.

Каждый билет включает в себя 5 заданий, контролирующих элементы содержания из следующих курсов математики:

1. *Математика*. 5–6 классы;
2. *Алгебра*. 7–9 классы;
3. *Алгебра и начала математического анализа*. 10–11 классы;
4. *Планиметрия*. 7–9 классы;
5. *Стереометрия*. 10–11 классы.

Работа состоит из 5 заданий, содержащих две-три задачи базового и повышенного уровней сложности одного раздела курса. В каждом задании экзаменуемый может выбрать для решения одну задачу.

В таблице приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

*Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам)
курса математики*

| Содержательные разделы | Количество заданий |
|--------------------------------|--------------------|
| Алгебра | 2 |
| Начала математического анализа | 1 |
| Геометрия | 2 |
| Итого | 5 |

При проверке математической подготовки участников экзамена оценивается уровень, на котором сформированы следующие умения:

- работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию); точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики; проводить классификации, логические обоснования и доказательства математических утверждений;
- строить и исследовать простейшие математические модели реальных объектов, процессов и явлений, задач, связанных с ними, с помощью математических объектов;

- находить способы решения задач; переформулировать задачу; разбивать задачу на составляющие части, устанавливать связи между ними; составлять план решения задачи; выбирать способы решения задачи, сравнивать их и выбирать оптимальный; проверять правильность решения задачи; анализировать и интерпретировать полученный результат; оценивать его достоверность с разных позиций; принимать решение по результатам решённой задачи;
- владеть техникой вычислений с действительными числами, рационально объединяя устные и письменные вычисления;
- анализировать и подавать информацию; выбирать способ представления данных в соответствии с поставленной задачей – в виде таблицы, схемы, графика, диаграммы;
- оценивать шансы наступления тех или других событий, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений;
- владеть приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств (рациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств, простейших иррациональных и тригонометрических уравнений);
- работать с формулами, понимая содержательное значение каждого элемента формулы; находить числовые значения при заданных значениях переменной; выражать одну переменную через другую;
- использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;
- читать и строить графики функциональных зависимостей, исследовать их свойства, находить наибольшее и наименьшее значения функции;
- классифицировать и конструировать геометрические фигуры на плоскости и в пространстве, изображать пространственные фигуры и их элементы на плоскости, владеть навыками геометрических построений;
- измерять геометрические величины, характеризующие размещение геометрических фигур (расстояния, углы), на плоскости и в пространстве находить количественные характеристики фигур (площади и объёмы);
- моделировать реальные ситуации на языке геометрии; исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры;
- применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера с использованием при необходимости справочных материалов, вложенных в экзаменационный пакет.

4. Система оценивания ответов участников экзамена

Полные ответы на 5 заданий билета оцениваются максимально в 10 первичных баллов: за выполнение каждого задания – максимально 2 балла.

Обобщённая схема оценивания устного ответа каждого задания включает две составляющих:

- 1) озвученная последовательность рассуждений или логика решения;
- 2) озвученный ответ.

Оценивание ответа на каждое задание на экзамене по математике осуществляется в соответствии со следующими критериями.

| Критерии оценки | Баллы |
|---|-------|
| Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, речевой связностью и последовательностью изложения: логические ошибки отсутствуют, последовательность изложения не нарушена, получен верный ответ. ИЛИ Допущена одна ошибка/неточность в рассуждении, которая не привела к неверному ответу | 2 |
| Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения, но допущены ошибки/неточности, при этом получен верный ответ. ИЛИ При верной последовательности рассуждений (логике решения) получен неверный ответ | 1 |
| Озвучен только верный ответ. ИЛИ Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

Перевод первичных баллов, полученных участником экзамена за выполнение всех заданий билета, в пятибалльную систему оценки осуществляется с учётом приведённой ниже шкалы перевода.

Шкала перевода первичных баллов в пятибалльную отметку

| Диапазон первичных баллов | 0–4 | 5–6 | 7–8 | 9–10 |
|-------------------------------|-----|-----|-----|------|
| Отметка по пятибалльной шкале | 2 | 3 | 4 | 5 |

5. Продолжительность подготовки ответа на задания билета

Для подготовки ответа на вопросы билета участнику экзамена предоставляется 60 минут.

6. Дополнительные материалы и оборудование

При проведении ГВЭ-11 в устной форме по математике используется: линейка, не содержащая справочной информации; справочные материалы, содержащие основные формулы курса математики образовательной программы основного общего и среднего общего образования.

Перечень средств обучения и воспитания, использование которых разрешено при проведении ГВЭ, утверждается приказом Минпросвещения России и Рособрнадзора.

7. Изменения в экзаменационных материалах 2021 года по сравнению с 2020 годом

Изменения структуры и содержания экзаменационных материалов ГВЭ-11 по математике отсутствуют.

Перечень теоретических вопросов для ГВЭ-11 в устной форме представлен в Сборнике тренировочных материалов для подготовки к государственному выпускному экзамену по МАТЕМАТИКЕ для обучающихся по образовательным программам СРЕДНЕГО общего образования, который опубликован на сайте ФГБНУ «ФИПИ».

**Образец экзаменационного билета
ГВЭ-11 (устная форма) 2021 года
по МАТЕМАТИКЕ**

1

Решите одно из двух заданий.

а) В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 900 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 7 недель?

Ответ: _____.

б) Найдите корень уравнения $\sqrt{14 + 7x} = 7$.

Ответ: _____.

2

Решите одно из двух заданий.

а) Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

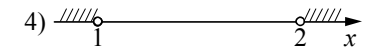
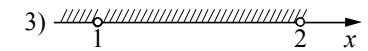
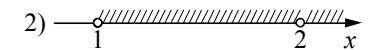
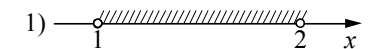
A) $(x-1)(x-2) < 0$

Б) $\frac{x-1}{x-2} > 0$

В) $(x-1)^2(x-2) < 0$

Г) $\frac{(x-2)^2}{x-1} > 0$

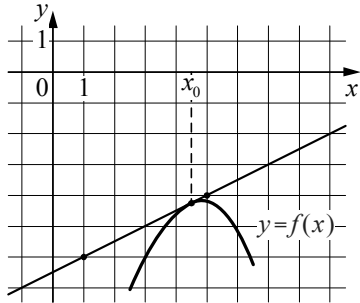
РЕШЕНИЯ



Ответ:

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
| | | | |

б) На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

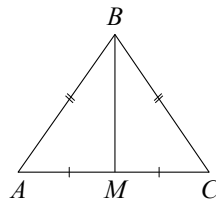


Ответ: _____.

3

Решите одно из двух заданий.

а) В треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 13$, $AC = 10$. Найдите длину медианы BM .



Ответ: _____.

б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

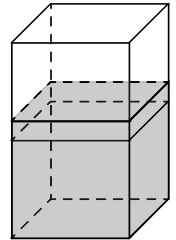


Ответ: _____.

4

Решите одну из двух задач.

а) В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания, равной 20 см, налита жидкость. Для того чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если уровень жидкости в баке поднялся на 20 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.



Ответ: _____.

б) В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 3$. Длины боковых рёбер пирамиды: $SA = \sqrt{11}$, $SB = 3\sqrt{3}$, $SD = 2\sqrt{5}$. Докажите, что плоскости SAB и SAD перпендикулярны.

5

Решите одну из трёх задач.

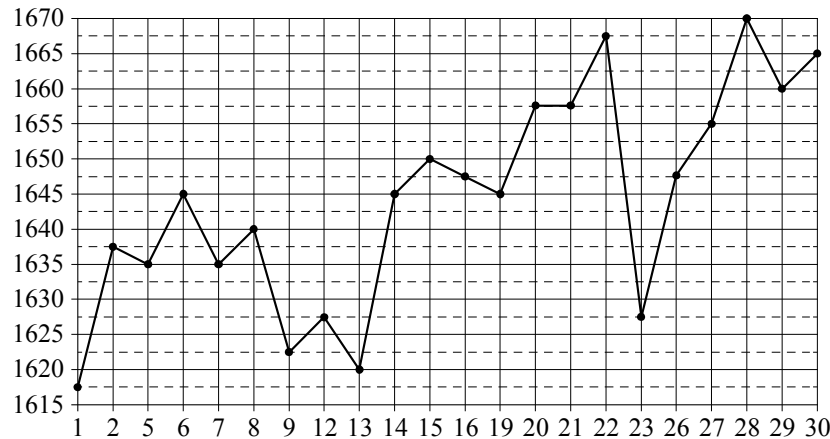
а) Пачка сливочного масла стоит 50 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 10%. Сколько рублей стоит пачка масла для пенсионера?

Ответ: _____.

б) Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 50 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 17 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится во второй день конкурса?

Ответ: _____.

в) На рисунке жирными точками показана цена платины, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена платины в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку наибольшую цену платины в период с 7 по 19 октября. Ответ дайте в рублях за грамм.

Ответ: _____.

Справочные материалы

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

| Десятки | Единицы | | | | | | | | | |
|---------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4 | 1600 | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
| 5 | 2500 | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
| 6 | 3600 | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
| 7 | 4900 | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
| 8 | 6400 | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
| 9 | 8100 | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

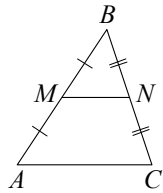
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

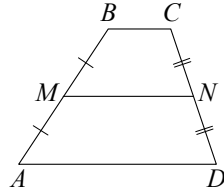
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции

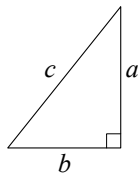


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



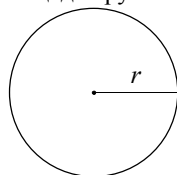
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Теорема Пифагора



$$a^2 + b^2 = c^2$$

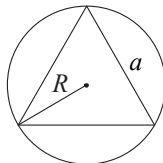
Длина окружности
 Площадь круга



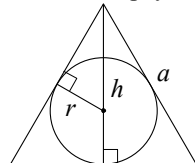
$$C = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

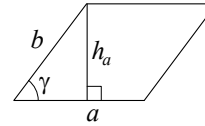


$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Площади фигур

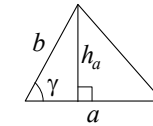
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

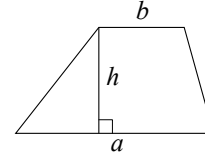
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

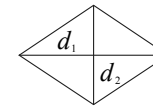
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

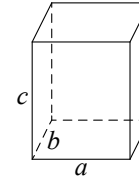


d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

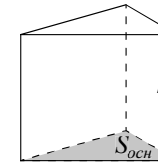
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



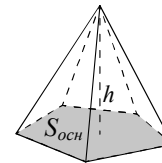
$$V = abc$$

Прямая призма



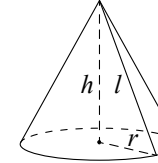
$$V = S_{осн} h$$

Пирамида



$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

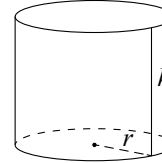
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = \pi r l$$

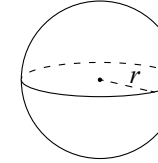
Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = 2\pi r h$$

Шар

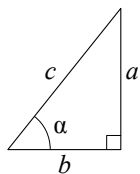


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

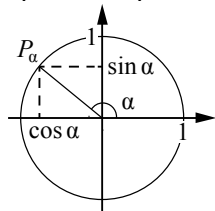


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



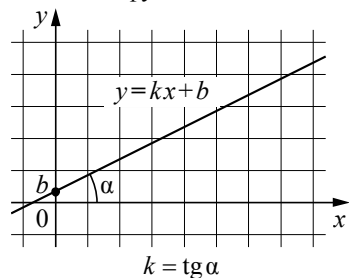
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

| α | радианы | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
|----------------------------|---------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|
| | градусы | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| $\sin \alpha$ | | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | -1 | 0 |
| $\cos \alpha$ | | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 | 1 |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | — | 0 | — | 0 |

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной

