

ФИО ученика \_\_\_\_\_  
 ФИО учителя \_\_\_\_\_  
 Город/район \_\_\_\_\_  
 Школа \_\_\_\_\_

Таблица полученных ответов

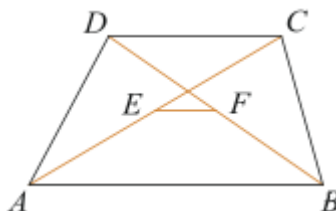
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

### ВАРИАНТ 3

#### Часть 1

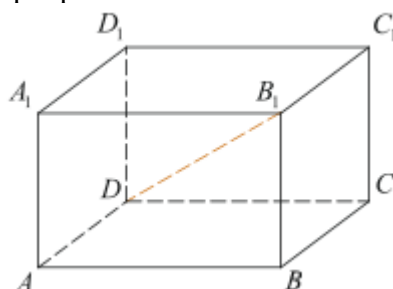
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

1. Основания трапеции равны 12 и 60. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.



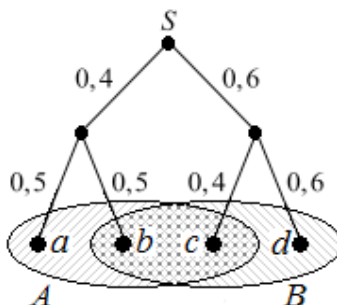
2. Длина вектора  $\vec{a}$  равна  $14\sqrt{2}$ , угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $135^\circ$ , а скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно  $-28$ . Найдите длину вектора  $\vec{b}$ .

3. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $DB_1 = 21$ ,  $CD = 16$ ,  $B_1 C_1 = 11$ . Найдите длину ребра  $BB_1$ .



4. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 40 докладов – первые два дня по 9 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

5. На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию  $A$  благоприятствуют элементарные события  $a, b$  и  $c$ , а событию  $B$  благоприятствуют элементарные события  $b, c$  и  $d$ . Найдите  $P(A|B)$  – условную вероятность события  $A$  при условии  $B$ .

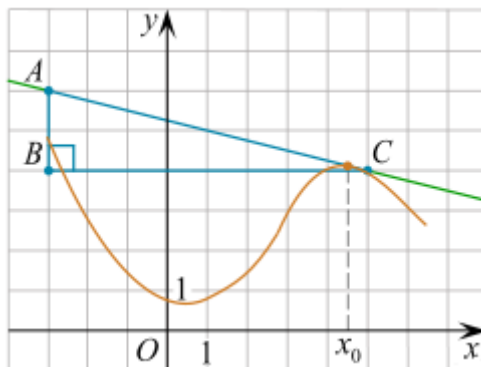


ФИО ученика \_\_\_\_\_

6. Решите уравнение  $\frac{11x}{2x^2-21}=1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

7. Найдите значение выражения  $\frac{25}{\sin\left(-\frac{25\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{25\pi}{4}\right)}$ .

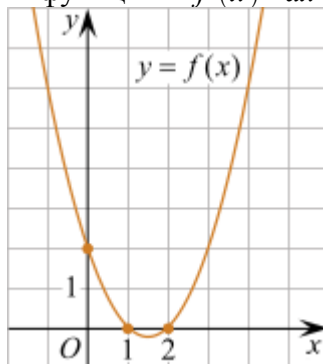
8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



9. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  – длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность воды, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 9,8 \text{ Н/кг}$ ). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше чем  $3\,361\,400 \text{ Н}$ ? Ответ дайте в метрах.

10. Грузовик перевозит партию щебня массой 60 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 4 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за пятый день, если вся работа была выполнена за 8 дней.

11. На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-2)$ .



12. Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 5$  на отрезке  $[0,5; 7]$ .

### Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $\frac{1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x + \sqrt{3} \operatorname{tg}(\pi - x) - \sqrt{3} - 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

14. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $F$  середина ребра  $AB$ , а точка  $E$  делит ребро  $DD_1$  в отношении  $DE : ED_1 = 6 : 1$ . Через точки  $F$  и  $E$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $AC$  и пересекающая диагональ  $B_1 D$  в точке  $O$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит диагональ  $DB_1$  в отношении  $DO : OB_1 = 2 : 3$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $(ABC)$ , если дополнительно известно, что  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  - правильная четырехугольная призма, сторона основания которой равна 4, а высота равна 7.

15. Решите неравенство 
$$\frac{(5x - 2)^2}{x - 3} \geq \frac{4 - 20x + 25x^2}{24 - 11x + x^2}.$$

16. 15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 2,3 млн рублей?

17. В треугольнике  $KLM$  биссектрисы внешних углов при вершинах  $K$  и  $M$  пересекаются в точке  $N$ . Через точки  $K$ ,  $N$  и  $M$  проведена окружность с центром в точке  $O$ .

а) Докажите, что точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $O$  лежат на одной окружности.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $KLM$ , если площадь треугольника  $KMO$  равна  $27\sqrt{3}$ , а угол  $KLM$  равен  $120^\circ$ .

18. При каких значениях параметра  $a$  система 
$$\begin{cases} y = x^2 - 2x, \\ x^2 + y^2 + a^2 = 2x + 2ay \end{cases}$$
 имеет решения?

19. Участники одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 73 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 80, средний балл участников, сдавших тест, составил 90, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 65. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 93, а не сдавших — 69. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?