

ФИО ученика _____
ФИО учителя _____
Город/район _____
Школа _____

Таблица полученных ответов

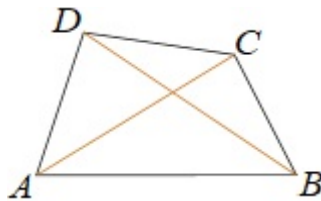
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

ВАРИАНТ 3

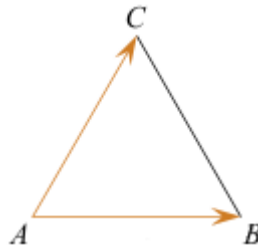
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

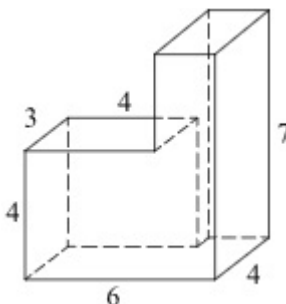
1. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.



2. Стороны правильного треугольника ABC равны 3. Найдите скалярное произведение векторов \vec{AB} и \vec{AC} .



3. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



4. На конференцию приехали 3 ученых из Швеции, 6 из Франции и 6 из Испании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что четвертым окажется доклад ученого из Испании.

5. Игральный кубик бросили 2 раза. Известно, что 3 очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность, события «сумма выпавших очков равна 8».

ФИО ученика _____

6. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(8x+9)}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

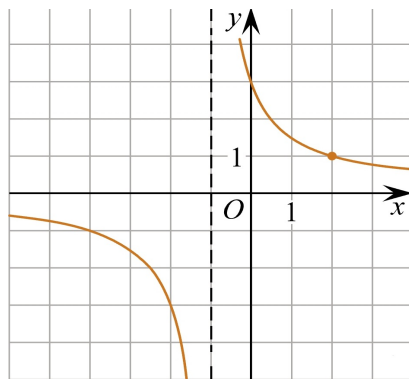
7. Найдите значение выражения $\frac{3 \sin(\alpha - \pi) - \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha - \pi)}$ при $\sin(\alpha - \pi) \neq 0$.

8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$ (где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

9. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t – время в минутах, $T_0 = 1400\text{К}$, $a = -10\text{ К/мин}^2$, $b = 200\text{ К/мин}$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

10. Плиточник планирует уложить 175 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 10 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $f(19)$.



12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $(1; 4)$.

Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x - 2 \sin^2 x - 4 \cos 2x}{\sqrt{1-x^2}} = 0.$$

14. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ рёбра равны 1. На продолжении отрезка $A_1 C_1$

за точку C_1 отмечена точка M так, что $A_1C_1 = C_1M$, а на продолжении отрезка B_1C за точку C отмечена точка N так, что $B_1C = CN$.

а) Докажите, что $MN = MB_1$.

б) Найдите расстояние между прямыми B_1C_1 и MN .

15. Решите неравенство:
$$\left(\frac{2}{25x^2 - 10x - 8} + \frac{25x^2 - 10x - 8}{2} \right)^2 \geq 4$$

16. 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 600 000 рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько рублей увеличится сумма выплат, если взять кредит с теми же условиями на 30 месяцев?

17. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 4$, $BC = 5$ и $AC = 6$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения медиан и центр вписанной окружности, параллельна стороне BC .

б) Найдите длину биссектрисы треугольника ABC , проведенной из вершины A .

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(\cos x - 1)^2 = a(3 \cos x + 4 \sin^2 x - 8)$$

имеет на промежутке $\left(0; \frac{\pi}{2}\right]$ единственный корень.

19. С натуральным числом проводят следующую операцию: между каждыми двумя его соседними цифрами записывают сумму этих цифр (например, из числа 1923 получается число 110911253).

а) Приведите пример числа, из которого получается 2108124117.

б) Может ли из какого-нибудь числа получиться число 37494128?

в) Какое наибольшее число, кратное 11, может получиться из трехзначного числа?