

ФИО ученика \_\_\_\_\_  
 ФИО учителя \_\_\_\_\_  
 Город/район \_\_\_\_\_  
 Школа \_\_\_\_\_

Таблица полученных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

ВАРИАНТ 2

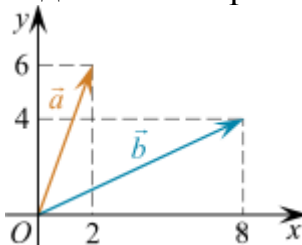
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

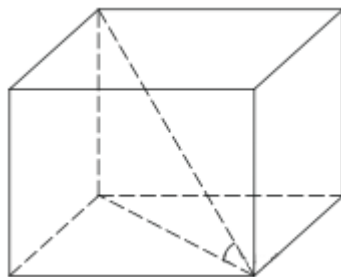
1. Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  с тупым углом  $C$  равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



2. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .



3. Одна из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна  $\sqrt{8}$  и образует с плоскостью этой грани угол  $45^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда.



4. Игральный кубик бросают 2 раза. Определите вероятность того, что сумма выпавших очков будет равняться 3. Ответ округлите до сотых.

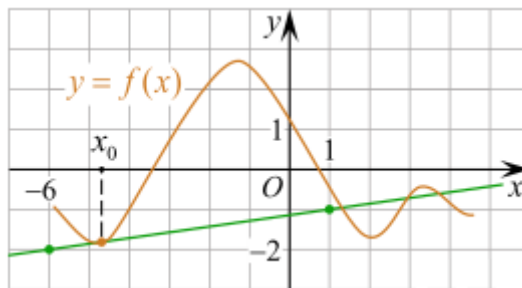
5. Стрелок стреляет по 4 одинаковым мишеням по одному разу, вероятность промаха 0,2, найдите вероятность что он попадет в первую мишень, а в 3 оставшиеся промахнется.

6. Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+6)}{3} = \sqrt{3}$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.

7. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}$  при  $m > 0$ .

ФИО ученика \_\_\_\_\_

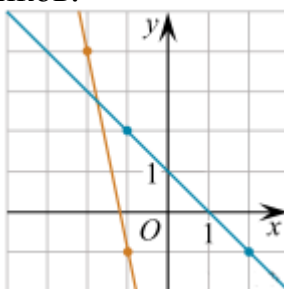
8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = 9f(x) - \frac{2}{7}x + 7$  в точке  $x_0$ .



9. Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = 1$  – постоянные параметры,  $x$  (м) – смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) – высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

10. Первый садовый насос перекачивает 5 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



12. Найдите точку минимума функции  $y = (x + 3)^2(x + 5) - 1$ .

## Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $\sin 2x - 2\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{7\pi}{6}\right) = 3 \cos x$ .

б) Найдите все корни на промежутке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

14. Точки  $P$  и  $Q$  – середины рёбер  $AD$  и  $CC_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  соответственно.

а) Докажите, что прямая  $BQ$  перпендикулярна прямой  $B_1P$ .

б) Пусть  $H$  – проекция точки  $Q$  на прямую  $B_1P$ . Найдите  $PH$ , если  $AB = 12$ .

15. Решите неравенство:  $x^2 - 3x + 1 - \frac{x^3 + x^2 + 3x - 21}{x} \geq 3$ .

16. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 12 млн рублей на 15 лет. Условия его возврата таковы:

- пока долг больше половины исходной суммы, каждый январь он возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
- если долг меньше половины исходной суммы, то каждый январь он возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого последующего года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Какую сумму нужно вернуть банку?

17. В полуокружности с диаметром  $MN$  расположены две окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$ , касающиеся друг друга, полуокружности и прямой  $MN$  (при этом точки касания с полуокружностью - это соответственно  $A$  и  $B$ ).

а) Докажите, что прямые  $O_1A$ ,  $O_2B$  и  $MN$  пересекаются в одной точке.

б) Радиусы окружностей равны 2 и 5. Найдите радиус полуокружности.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $x^2 + 2a = x + |x^2 - a|$  имеет три корня.

19. В строку подряд написано 1000 чисел. Под каждым числом  $a$  первой строки напишем число, указывающее, сколько раз число  $a$  встречается в первой строке. Из полученной таким образом второй строки аналогично получаем третью: под каждым числом второй строки пишем, сколько раз оно встречается во второй строке. Затем из третьей строки так же получаем четвёртую, из четвёртой - пятую, и так далее.

а) Докажите, что некоторая строчка совпадает со следующей.

б) Докажите, что 11-я строка совпадает с 12-й.

в) Приведите пример такой первоначальной строчки, для которой 10-я строка не совпадает с 11-й.