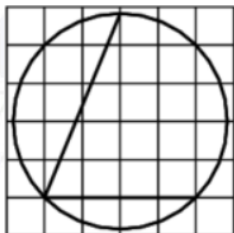




- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена окружность и вписанный в неё острый угол. Найдите градусную меру дуги окружности, на которую опирается этот угол. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 На рок-фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Китая будет выступать после группы из Вьетнама и после группы из Канады? Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

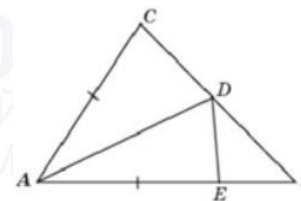
- 5 Найдите корень уравнения

$$\frac{25x}{x^2 + 24} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $50^\circ$ , угол  $C$  равен  $77^\circ$ ,  $AD$  – биссектриса,  $E$  – такая точка на  $AB$ , что  $AE = AC$ . Найдите угол  $BDE$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Прямая  $y = -3x - 8$  является касательной к графику функции  $ax^2 + 27x + 7$ . Найдите  $a$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

vk.com/ege100ballov







**О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_41259310](https://vk.com/topic-10175642_41259310)

(также доступны другие варианты для скачивания)

**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	10-й год готовлю к ЕГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) <a href="#">20 учеников</a> набрали 90-99 баллов на ЕГЭ 2020 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>Аккаунт и группа ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a> <a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб и инстаграм:</b>	<a href="https://youtube.com/c/pifagor1">https://youtube.com/c/pifagor1</a> <a href="https://instagram.com/shkola_pifagora">https://instagram.com/shkola_pifagora</a>

**Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	2370	
2	20	
3	135	
4	0,33	
5	24	
6	27	
7	15	
8	96	
9	27	
10	200	
11	45,6	
12	-8	
13	а) 2; $\log_3 13$ ; $\log_3 5$ б) $\log_3 5$ ; 2	
14	$\arcsin\left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$	
15	$\left[-\frac{1}{6}; -\frac{1}{24}\right) \cup (0; +\infty)$	
16	35	
17	3	
18	$\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{5}; 5\right)$	
19	а) да, пример 8 9 10 11 12 б) нет в) 37	



**Решения и критерии оценивания заданий 13–19**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

**13** а) Решите уравнение  $(3^x - 6)^2 - 16|3^x - 6| = 15 - 2 \cdot 3^{x+1}$   
 б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[1; 2]$

а)  $(3^x - 6)^2 - 16|3^x - 6| + 6 \cdot 3^x - 15 = 0$   
 $(3^x - 6)^2 - 16 \cdot |3^x - 6| + (6 \cdot 3^x - 3 \cdot 6) + 3 \cdot 6 - 15 = 0$   
 $(3^x - 6)^2 - 16 \cdot |3^x - 6| + 6 \cdot (3^x - 6) + 21 = 0$   
 Пусть  $3^x - 6 = t$   
 $t^2 - 16 \cdot |t| + 6t + 21 = 0$   
 Если  $t \geq 0$ , то  $t^2 - 16t + 6t + 21 = 0$   
 $t^2 - 10t + 21 = 0$   
 $t_1 = 3$   $t_2 = 7$   
 $3^x - 6 = 3$   $3^x = 9$   $x = 2$   
 $3^x - 6 = 7$   $3^x = 13$   $x = \log_3 13$

Если  $t < 0$ , то  $t^2 + 16t + 6t + 21 = 0$   
 $t^2 + 22t + 21 = 0$   
 $t = -1$   $t = -21$   
 $3^x - 6 = -1$   $3^x = 5$   $x = \log_3 5$   
 $3^x - 6 = -21$   $3^x = -15$   $\emptyset$

б)  $2 \in [1; 2]$   
 Правильно  
 $1 < \log_3 9 < 2$   
 $\log_3 3 < \log_3 13 < \log_3 9$   
 $\Rightarrow \log_3 13 \notin [1; 2]$

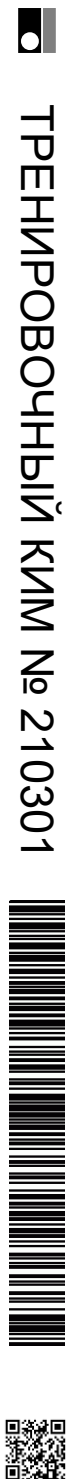
Правильно  
 $1 < \log_3 5 < 2$   
 $\log_3 3 < \log_3 5 < \log_3 9$   
 $\Rightarrow \log_3 5 \in [1; 2]$

**Источники:**  
 Ященко 2020 (14 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2020 (50 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 $2 \cdot 3^{x+1} =$   
 $2 \cdot 3^x \cdot 3^1 =$   
 $= 2 \cdot 3 \cdot 3^x$   
 $3^x = 13$   
 ОСНОВНОЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ  
 ТОЖДЕСТВО  
 $3^x = 3^{\log_3 13}$   
 $x = \log_3 13$

**ОТВЕТ:** а)  $2; \log_3 13, \log_3 5$   
 б)  $2; \log_3 5$

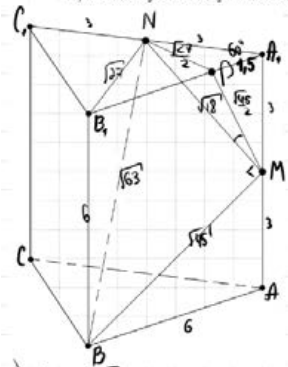
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) ИЛИ б) получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

vk.com/ege100ballov



14 Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .



$BN = \sqrt{63}$   
 Заметим что  $\angle$  в  $\triangle BNM$   
 Всп. т. Пиф.  
 $\sqrt{63}^2 = \sqrt{18}^2 + \sqrt{45}^2$   
 $\Rightarrow \angle BMN = 90^\circ$   
 $\Rightarrow BM \perp MN$

б)  $BM$  – линия пересечения.

$MN \perp BM$  (см п. а)

Пусть  $PM \perp BM$

$\Rightarrow \angle NMP$  – искомым

а)  $BM = \sqrt{45}$   
 $NM = \sqrt{18}$   
 $B_1N = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 6 = 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$

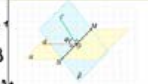
ОТВЕТ:  $\arcsin\left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	

Источники:

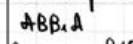
Демо 2020  
 Демо 2019  
 Демо 2018  
 Демо 2017  
 Демо 2016  
 Демо 2015

УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ (СПОСОБ #1)



Угол между плоскостями – это угол между перпендикулярами к линии их пересечения, проведенными в этих плоскостях

Рассмотрим  $\triangle ABB_1A_1$



$\triangle ABM \sim \triangle A_1MP$

$\Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{3}{A_1P} \Rightarrow A_1P = 1,5$

$\triangle A_1PM$ :

$PM = \sqrt{3^2 + 1,5^2} = \frac{\sqrt{45}}{2}$

$PN$  по т. кос.

$PN = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{27}}{2}$

Заметим что  $\angle$  в  $\triangle NMP$

Всп. т. Пиф.

$\sqrt{18}^2 = \left(\frac{\sqrt{27}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{45}}{2}\right)^2$

$18 = 6,75 + 11,25$

$\Rightarrow$

$\sin \angle NMP = \frac{\sqrt{27}}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{6}}{4}$

15 Задание с развернутым ответом

Решите неравенство  $\log_5(3x+1) + \log_5\left(\frac{1}{72x^2} + 1\right) \geq \log_5\left(\frac{1}{24x} + 1\right)$ .

1 Понятно \*  
 $\log_5(3x+1) \cdot \left(\frac{1}{72x^2} + 1\right) \geq \log_5\left(\frac{1}{24x} + 1\right)$  ①

$3x+1 > 0$   
 $\frac{1}{72x^2} + 1 > 0$   
 $\frac{1}{24x} + 1 > 0$

①  $(3x+1) \cdot \left(\frac{1+72x^2}{72x^2}\right) \geq \frac{1+24x}{24x}$

②  $3x+1 > 0$

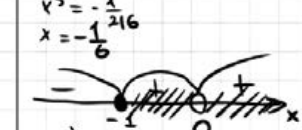
③  $\frac{1+72x^2}{72x^2} > 0$

④  $\frac{1+24x}{24x} > 0$

$3x + \frac{216x^3 + 1 + 72x^2}{72x^2} - \frac{1+24x}{24x} \geq 0$   
 $\frac{216x^3 + 72x^2 + 3x + 1 - 3x - 3x^2}{72x^2} \geq 0$

Найдём корни:

$216x^3 + 1 = 0$   
 $216x^3 = -1$   
 $x^3 = -\frac{1}{216}$   
 $x = -\frac{1}{6}$



ОТВЕТ:  $\left[-\frac{1}{6}; -\frac{1}{24}\right) \cup (0; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек	1
ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: « $\leq$ » вместо « $\geq$ », или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставить оценку «0 баллов».

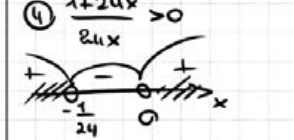
Источники:

ИИЭИ  
 Основания июля 2018

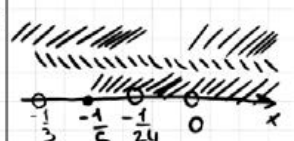
②  $3x > -1$   
 $x > -\frac{1}{3}$

③  $\frac{1+72x^2}{72x^2} > 0$   
 $x \neq 0$

④  $\frac{1+24x}{24x} > 0$



Найдём пересечение:



$\left[-\frac{1}{6}; -\frac{1}{24}\right) \cup (0; +\infty)$



16 В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  вписана окружность с центром  $O$ .

- а) Докажите, что  $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$ .  
 б) Найдите площадь трапеции, если  $\angle BAD = 90^\circ$ , а основания равны 5 и 7.

$\sin \gamma = \sin(180 - \gamma)$   
 $\Rightarrow \sin \angle AOD = \sin \angle BOC$

$2\alpha + 2\beta = 180 \quad | :2$   
 $\alpha + \beta = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \angle AOB = 90^\circ$   
 Аналогично  $\angle COD = 90^\circ$

$\angle AOB = \gamma$   
 $\angle AOD = 180 - \gamma$

Рассмотрим  $\triangle COD$

$R^2 = 5 \cdot 7 = 35$   
 $12R = 35$   
 $R = \frac{35}{12}$

$S_{\text{трап}} = \frac{5+7}{2} \cdot \frac{35}{12} = \frac{12 \cdot 35}{2 \cdot 12} = 35$

**ОТВЕТ:** 35

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл 3	

**Источники:**

Основная волна (Резерв) 2017  
 Основная волна 2015

**СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ**



Оформли касательные к окружности, проведенные из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

**СИНУС, КОСУНОС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ТУПЫХ УГЛОВ**

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$   
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$   
 $\tan \alpha = \frac{a}{b}$   
 $\cot \alpha = \frac{b}{a}$

17 15-го июня планируется взять кредит в банке на сумму 1300 тысяч рублей на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с копом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1636 тысяч рублей.

Пусть  $S = 1300$  тыс.

$(1 + \frac{r}{100}) = b$   
 $x$  - сумма, на которую уменьшается долг на 15 мес.

Дата	Сумма долга
15 мес 1	$S$
1 мес	$S - 11x$
15 мес 2	$S - 14b^2x$
1 мес 3	$S - 15bx$
15 мес 4	$S - 15x = 100$

$1300 - 100 = 15x$   
 $x = 80$

$740 \cdot 15 \cdot b + 100b = 660 \cdot 15 + 1636$   
 $11100 \cdot b + 100b = 9900 + 1636$   
 $11200 \cdot b = 11636$   
 $b = 1,03$   
 $1 + \frac{r}{100} = 1,03$   
 $\Rightarrow r = 3$

**О.С.В. = 1636**

**ОТВЕТ:** 3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл 3	

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предлагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь – вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепонятен и достаточно ясен для того, чтобы попытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведен до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

**Источники:**

сбИЭ  
 Основная волна 2018  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)

vk.com/ege100ballov





**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений 
$$\begin{cases} xy^2 - xy - 5y + 5 = 0, \\ y = ax \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

**Источники:**  
 ЕГЭ  
 ЕГЭ  
 Досрочная волна 2016  
 Сентябрь 2018

Упростим уравнение:  
 $xy \cdot (y-1) - 5(y-1)$   
 $(y-1)(xy-5)$

Получаем:  
 $(y-1)(xy-5) = 0$   
 $y = ax$   
 $\begin{cases} y-1=0 \\ xy-5=0 \\ 5-y > 0 \end{cases}$   
 $\begin{cases} y = ax \\ y = 1 \\ y < 5 \\ y = ax \end{cases}$

или  $a < 0$  1 рен  
 $a = 0$  0 рен  
 $0 < a < 1/5$  3 рен  
 $a = 1/5$  2 рен  
 $1/5 < a < 1$  3 рен  
 $a = 1$  2 рен  
 $a > 1$  2 рен

**ОТВЕТ:**  $(0, \frac{1}{5}) \cup (\frac{1}{5}, 1)$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

**19** На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 50 и меньше 140.  
 а) Может ли на доске быть 5 чисел?  
 б) Может ли на доске быть 6 чисел?  
 в) Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

**Источники:**  
 ЕГЭ  
 Досрочная волна 2017

а) 8 9 10 11 12 ✓  
 б) Пусть  $a, b, c, d, e, f$  - числа на доске.  
 $a \cdot b > 60$   
 Чем может быть  $b$ ?  
 $b \geq 9$   
 $e \cdot f < 140$   
 Чем может быть  $e$ ?  
 $e \leq 11$

Число подобрать с усл, но между 6 и 9 можно оставить только одну 10  
 $\Rightarrow$  невозможно подобрать разность с  $u$  и  $d$   
 $\Rightarrow$  не может

в) Пусть  $a, b, c, d$  - числа на доске.  
 $a \geq 7$

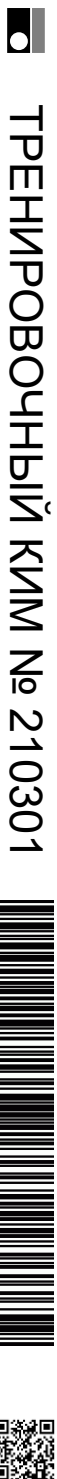
$a_{\min} = 7$   
 $b_{\min} = 9$   
 $c_{\min} = 10$   
 $d_{\min} = 11$

37

**ОТВЕТ:** а) Да, пример: 8 9 10 11 12  
 б) Нет  
 в) 37

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: - обоснованное решение пункта а; - обоснованное решение пункта б; - искомого ответа в пункте в; - пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

vk.com/ege100ballov



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

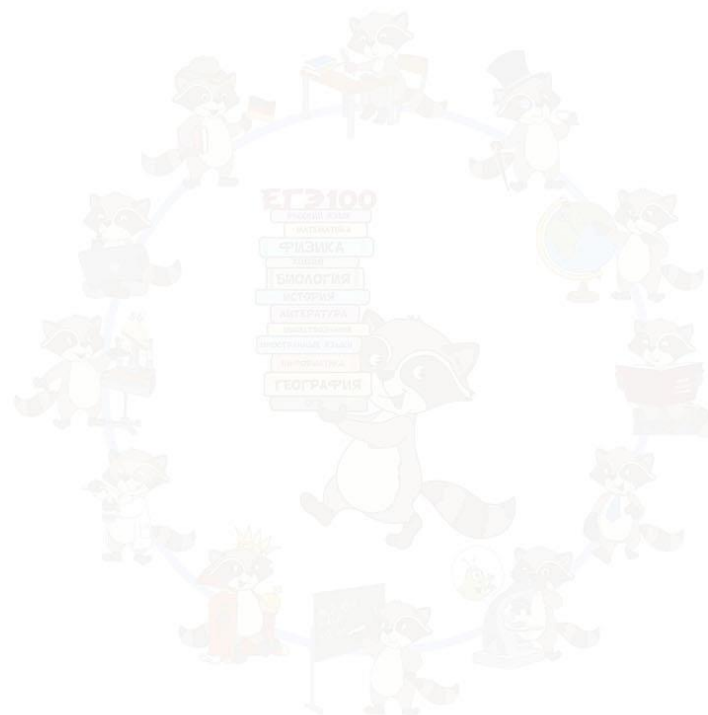
Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ  
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ  
VK.COM/EGE100BALLOV



vk.com/ege100ballov

