

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ, 9 класс

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения

$$\frac{6,8 - 4,7}{1,4}.$$

Ответ: _____.

- 2** В таблице приведены нормативы по прыжкам через скакалку за 30 секунд для учащихся 9 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Количество раз	58	56	54	66	64	62

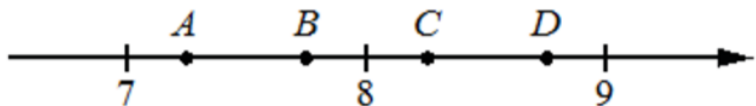
Какую отметку получит мальчик, прыгнувший 57 раз за 30 секунд?

- 1) отметка «5»
- 2) отметка «4»
- 3) отметка «3»
- 4) норматив не выполнен

Ответ:



- 3 На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D .



Одна из них соответствует числу $\frac{58}{7}$. Какая это точка?

- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

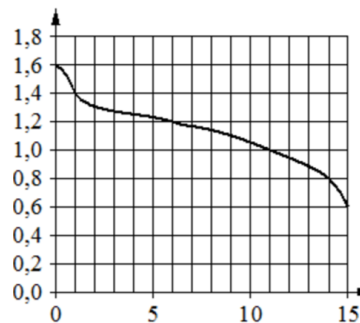
Ответ:

- 4 Какое из данных ниже чисел является значением выражения $(\sqrt{86} + 4)^2$?

- 1) 70
- 2) $102 + 8\sqrt{86}$
- 3) $102 + 4\sqrt{86}$
- 4) $70 + 8\sqrt{86}$

Ответ:

- 5 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадет напряжение с 1-го по 6-й час работы фонарика.



Ответ: _____.

- 6 Решите уравнение $9x^2 = 54x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

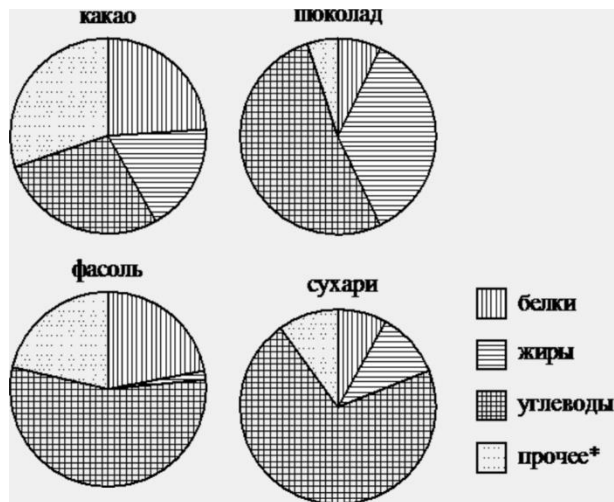
Ответ: _____.

- 7 Принтер печатает одну страницу за 12 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 8 минут?

Ответ: _____.



- 8 На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сухарях. Определите по диаграммам, в каких продуктах суммарное содержание углеводов и жиров превышает 75%.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) какао
- 2) шоколад
- 3) фасоль
- 4) сухари

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

- 9 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: _____.

- 10 Установите соответствие между функциями и их графиками.

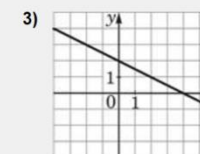
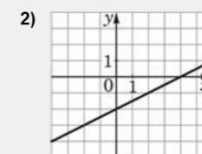
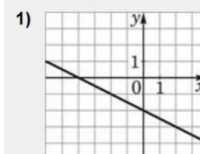
ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{1}{2}x - 2$

Б) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

В) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 11 Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями:
 $a_1 = 48$, $a_{n+1} = a_n - 17$.
 Найдите сумму первых семи её членов.

Ответ: _____.

- 12 Найдите значение выражения

$$\frac{xy + y^2}{32x} \cdot \frac{8x}{x + y}$$

при $x = -7$, $y = 6,8$.

Ответ: _____.



- 13** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t — длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

- 14** Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



- 1) $x^2 - 49 > 0$
 2) $x^2 - 49 < 0$
 3) $x^2 + 49 < 0$
 4) $x^2 + 49 > 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

- 15** На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 8° ?



Ответ: _____.

- 16** Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу этого треугольника.



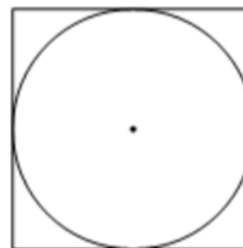
Ответ: _____.

- 17** Сторона равностороннего треугольника равна $20\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



Ответ: _____.

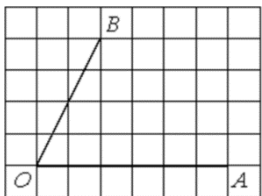
- 18** Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.



Ответ: _____.



- 19 Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все прямоугольные треугольники подобны.
- 2) Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
- 3) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

- 22 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

- 23 Постройте график функции
- $$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 3, \\ -1,5x + 4,5 & \text{при } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x - 7,5 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 36$, а сторона BC в 1,8 раза меньше стороны AB .
- 25 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.
- 26 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 6$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 124° и 116° .

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.



О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора

Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	1,5
2	2
3	3
4	2
5	0,2
6	0
7	40
8	24
9	0,81
10	213
11	-21
12	1,7
13	260
14	1
15	45
16	29
17	10
18	6400
19	2
20	3



Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

Решение:

Решим систему методом алгебраического сложения:

$$3x^2 + 2x^2 + y - y = 4 + 1$$

$$5x^2 = 5$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1$$

$$y = 4 - 3x^2 = 4 - 3 \cdot 1^2 = 1$$

$$\left| \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 4 - 3x^2 = 4 - 3 \cdot (-1)^2 = 1 \end{array} \right.$$

Ответ: $(-1; 1); (1; 1)$

22 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение:

Найдём скорость сближения:

$$V_{\text{сближения}} = 141 - 6 = 135 \text{ км/ч} = \frac{135 \cdot 1000}{3600} = \frac{75}{2} \text{ м/с}$$

Расстояние, пройденное за это время, равно длине поезда:

$$S = V_{\text{сближения}} \cdot t_{\text{сближения}} = \frac{75}{2} \cdot 12 = 450$$

Ответ: 450

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 3, \\ -1,5x + 4,5 & \text{при } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x - 7,5 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

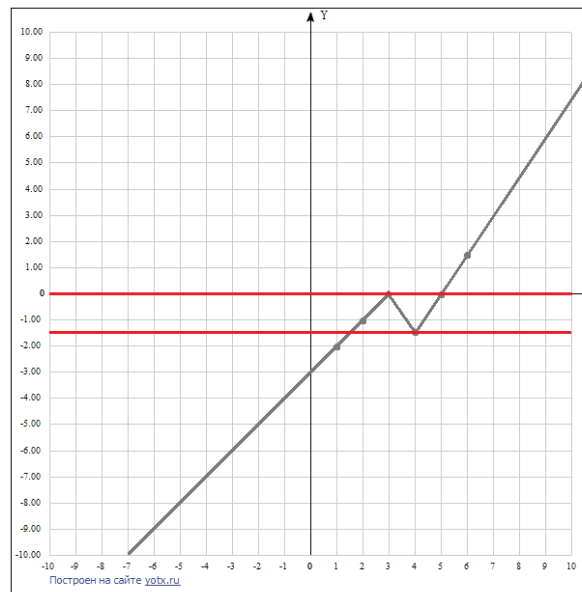
Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение:

Заполним таблицу значений функции:

x	1	2	3	4	5	6
y	-2	-1	0	-1,5	0	1,5

Построим график и проведём прямые $y = m$, при которых будет две общие точки с графиком:



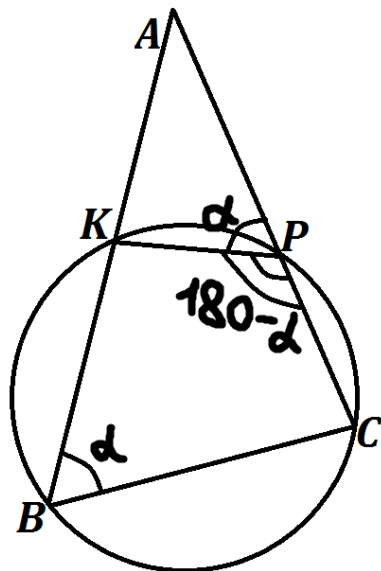
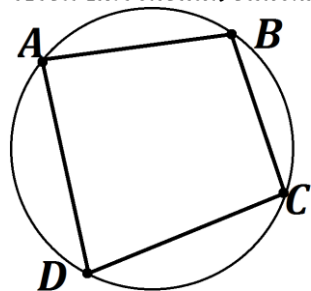
Ответ: -1,5; 0

Модуль «Геометрия»

24 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 36$, а сторона BC в 1,8 раза меньше стороны AB .

Решение:



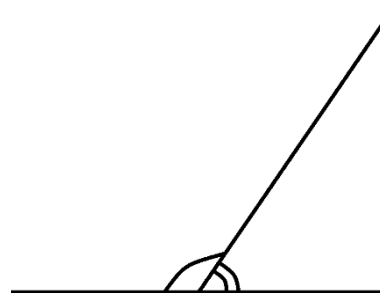
**ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ**

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

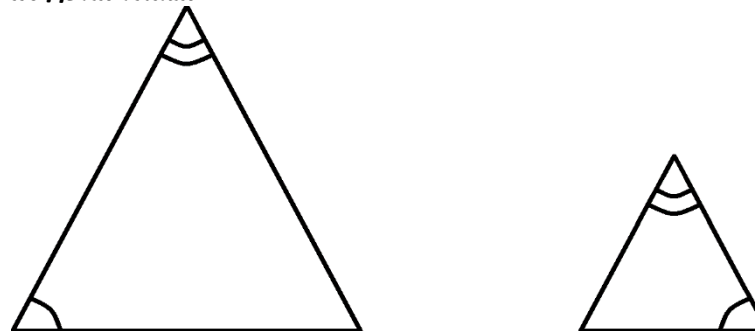
Пусть $\angle B = \alpha$

Тогда $\angle CPK = 180 - \alpha$ (по свойству четырёхугольника, вписанного в окружность)

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ

В сумме 180°

$$\angle APK = 180 - \angle CPK = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$$

ПО ДВУМ УГЛАМ

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$\triangle APK \sim \triangle ABC$ по 2 углам

$$(\angle B = \angle APK = \alpha)$$

($\angle A$ — общий)

$$\frac{KP}{BC} = \frac{AP}{AB}$$

Пусть $BC = x$

Тогда $AB = 1,8x$

$$\frac{KP}{x} = \frac{36}{1,8x}$$

$$\frac{KP}{1} = \frac{36}{1,8}$$

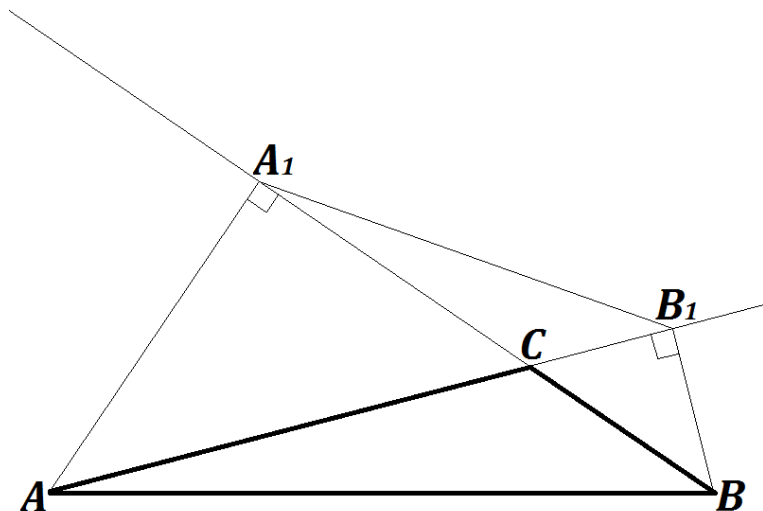


$$KP = 20$$

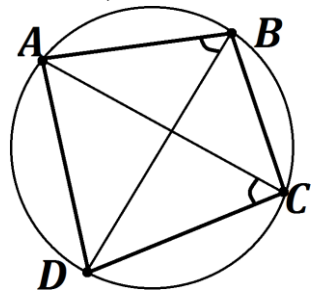
Ответ: 20

- 25 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

Решение:



ПРИЗНАК ВПИСАННОГО В ОКРУЖНОСТЬ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



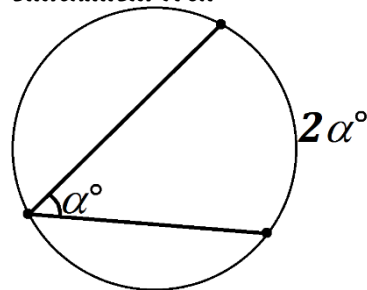
Если угол между стороной и диагональю равен углу между противоположной стороной и другой диагональю, то такой четырёхугольник можно вписать в окружность

1

Четырёхугольник AA_1B_1B можно вписать в окружность по признаку вписанного в окружность четырёхугольника (т.к. $\angle AA_1B = \angle AB_1B = 90^\circ$)

2

ВПИСАННЫЙ УГОЛ

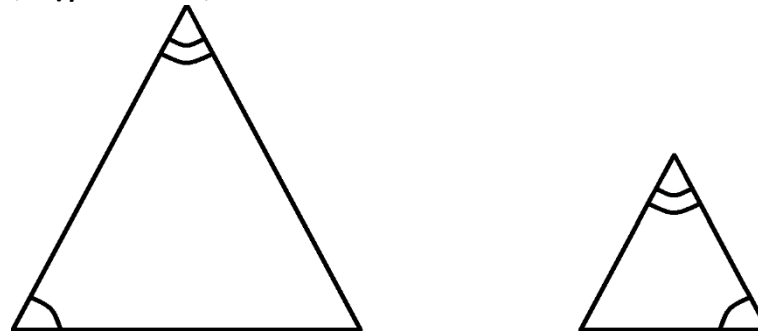


Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

$\angle AB_1A_1 = \angle ABA_1$ (т.к. это вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу AA_1)

3

**ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ
(ПО ДВУМ УГЛАМ)**



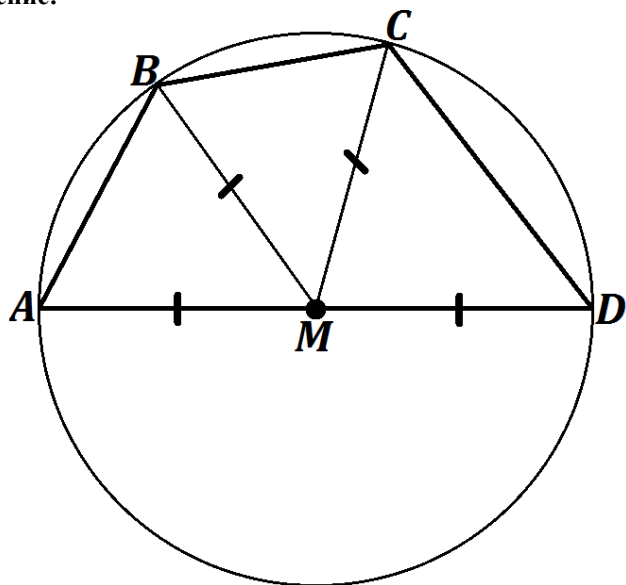
Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$\triangle A_1CB_1 \sim \triangle ACB$ по двум углам
($\angle ACB = \angle A_1CB_1$ – вертикальные)
 $\angle AB_1A_1 = \angle ABA_1$)



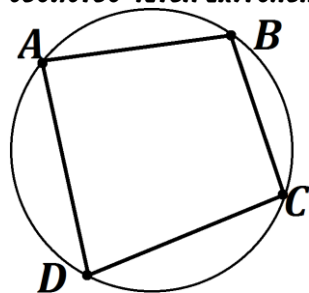
- 26 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 6$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 124° и 116° .

Решение:



Точка M равноудалена от всех вершин $ABCD$
 $\Rightarrow$ четырёхугольник $ABCD$ можно вписать в окружность и тогда AM , BM , CM и DM — радиусы

СВОЙСТВО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА, ВПИСАННОГО В ОКРУЖНОСТЬ



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\angle CDM = 180 - \angle ABC \quad (\text{по свойству четырёхугольника, вписанного в окружность})$$

$$\angle BAM = 180 - \angle BCD$$

$$\angle CDM = 180 - 124 = 56^\circ$$

$$\angle BAM = 180 - 116 = 64^\circ$$

Рассмотрим $\triangle CDM$ — равнобедренный

$$\angle MCD = \angle CDM = 56^\circ$$

Рассмотрим $\triangle ABM$ — равнобедренный

$$\angle ABM = \angle BAM = 64^\circ$$

$$\angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 124 - 64 = 60^\circ$$

$$\angle MCB = \angle BCD - \angle MCD = 116 - 56 = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BMC = 180 - \angle MBC - \angle MCB = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle BMC — \text{равносторонний}$$

$$\Rightarrow AD = 2BC = 2 \cdot 6 = 12$$

Ответ: 12

