

**Основной Государственный Экзамен по
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»**1**

Найдите значение выражения

$$\left(2\frac{3}{4} + 2\frac{1}{5}\right) \cdot 16.$$

Ответ: _____.

2

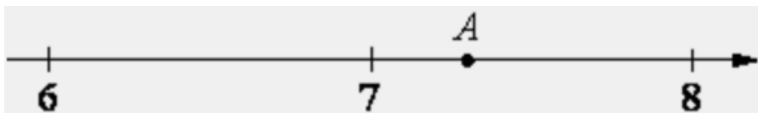
Расстояние от Юпитера до его спутника Ио равно 0,4217 млн км. В каком случае записана эта же величина?

- 1) $4,217 \cdot 10^8$ км
- 2) $4,217 \cdot 10^7$ км
- 3) $4,217 \cdot 10^6$ км
- 4) $4,217 \cdot 10^5$ км

Ответ:



- 3 Одно из чисел $\sqrt{41}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{53}$, $\sqrt{63}$ отмечено на прямой точкой A.



Какое это число?

- 1) $\sqrt{41}$
- 2) $\sqrt{48}$
- 3) $\sqrt{53}$
- 4) $\sqrt{63}$

Ответ:

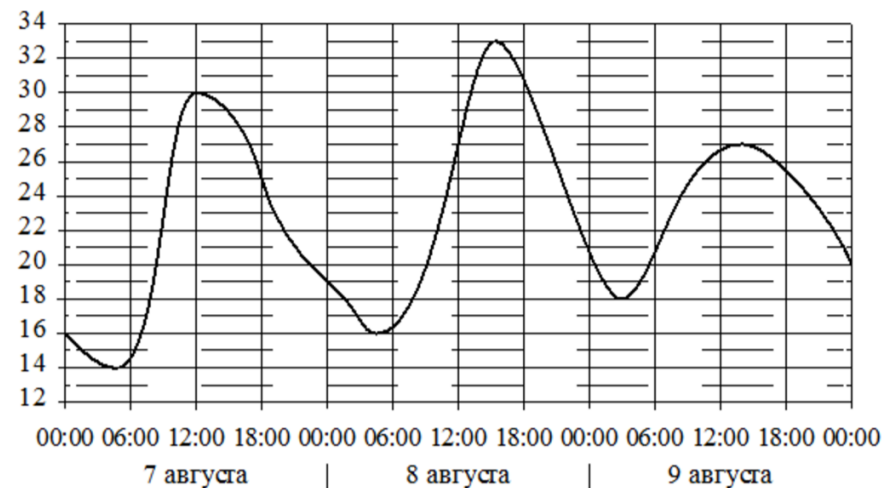
- 4 Какое из данных ниже чисел является значением выражения

$$\frac{1}{4 - \sqrt{14}}?$$

- 1) $\frac{4 - \sqrt{14}}{2}$
- 2) $4 - \sqrt{14}$
- 3) $4 + \sqrt{14}$
- 4) $\frac{4 + \sqrt{14}}{2}$

Ответ:

- 5 На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха 7 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 6 Решите уравнение

$$5x^2 + 15x = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

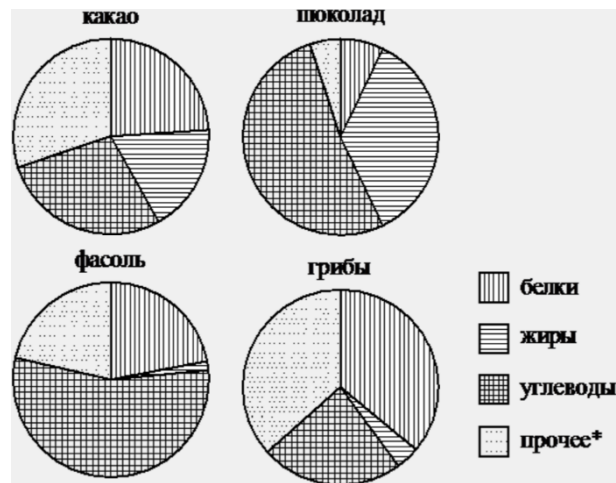
- 7 Стоимость проезда в электропоезде составляет 163 рубля. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 8 взрослых и 4 школьников?

Ответ: _____.



8

На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграммам, в каких продуктах содержание углеводов превышает 50%.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) какао
- 2) шоколад
- 3) фасоль
- 4) грибы

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

9

В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.

Ответ: _____.

10

Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

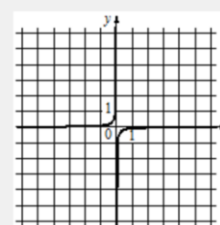
А) $y = \frac{12}{x}$

Б) $y = -\frac{12}{x}$

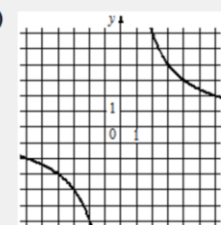
В) $y = -\frac{1}{12x}$

ГРАФИКИ

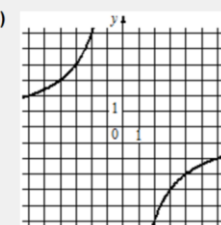
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

11

Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями:

$$b_1 = -7, b_{n+1} = 3b_n.$$

Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: _____.

12

Найдите значение выражения

$$16ab - 2(-4a - b)^2$$

при $a = \sqrt{11}$, $b = \sqrt{7}$.

Ответ: _____.



- 13 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $9,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $180,5 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 14 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -8 + 4x > 0, \\ 4 - 3x > -8. \end{cases}$$

- 1) нет решений
2) $(-\infty; 4)$
3) $(2; +\infty)$
4) $(2; 4)$

Ответ:

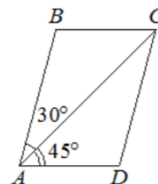
Модуль «Геометрия»

- 15 Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 1,8 м, высота большой опоры 2,8 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



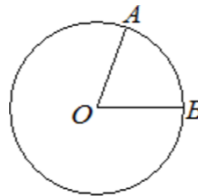
Ответ: _____.

- 16 Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 30° и 45° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



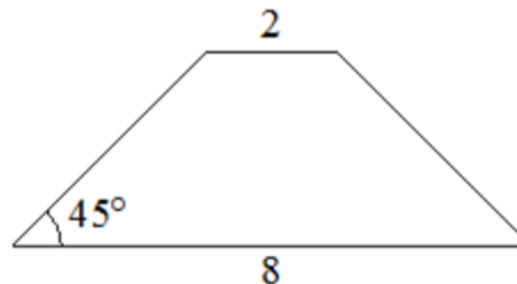
Ответ: _____.

- 17 На окружности с центром в точке O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 66^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 99. Найдите длину большей дуги AB .



Ответ: _____.

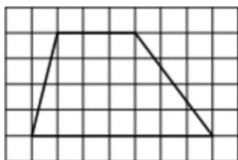
- 18 В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: _____.



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

- 20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.
- 3) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение
 $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$.

- 22 Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со

скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

- 23 Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 3x)|x|}{x + 3}.$$

Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 40$.

- 25 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

- 26 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.



О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора

Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	79,2
2	4
3	3
4	4
5	14
6	-3
7	1630
8	23
9	0,35
10	231
11	-847
12	-366
13	2
14	4
15	2,3
16	105
17	441
18	15
19	20
20	13



Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение

$$x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1).$$

Решение:

Заметим формулу квадрата суммы:

КВАДРАТ СУММЫ

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x(x + 1)^2 = 2(x + 1)$$

$$x(x + 1)^2 - 2(x + 1) = 0$$

Вынесем общий множитель за скобку:

$$(x + 1)(x(x + 1) - 2) = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$x(x + 1) - 2 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 9$$

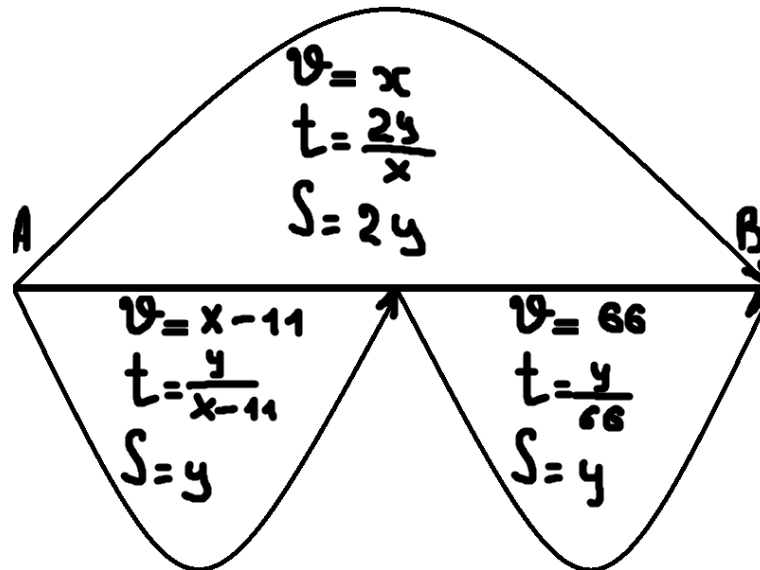
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -2$$

Ответ: -2; -1; 1

22

Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

Решение:

$$\begin{aligned} t_{\text{первого}} &= t_{\text{второго}} \\ \frac{2y}{x} &= \frac{y}{x-11} + \frac{y}{66} \quad | :y \\ \frac{2}{x} &= \frac{1}{x-11} + \frac{1}{66} \\ \frac{x}{2} &= \frac{x-11}{66+x-11} \end{aligned}$$

$$132x - 1452 = x^2 + 55x$$

$$x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 5929 - 5808 = 121 = 11^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{77 + 11}{2} = 44$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{77 - 11}{2} = 33 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 44

23

Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 3x)|x|}{x + 3}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.



Решение:

Вынесем в числителе x за скобку:

$$y = \frac{x(x+3)|x|}{x+3}$$

ОДЗ:

$$x+3 \neq 0$$

$$x \neq -3$$

После нахождения ОДЗ сократим:

$$y = x|x|$$

Раскрываем модуль двумя случаями:

$$x \geq 0$$

Тогда

$$y = x^2$$

$$x < 0$$

Тогда

$$y = -x^2$$

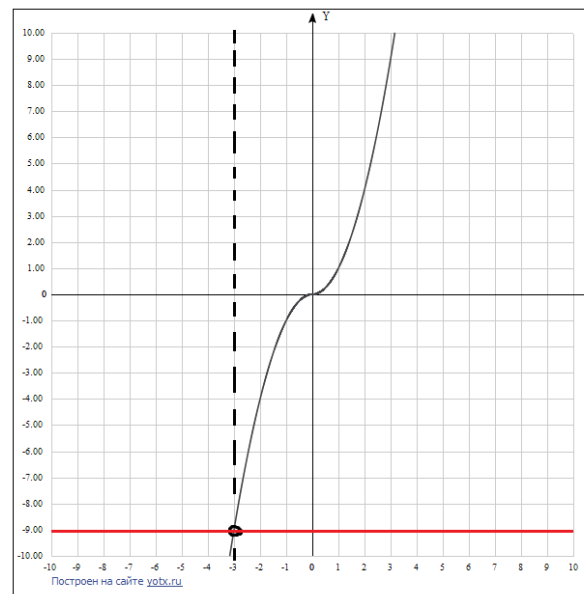
Получаем кусочно-заданную функцию:

$$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Заполним таблицу значений функции:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	1	4	9

Построим график и проведём прямые $y = t$, при которых не будет общих точек с графиком:



Ответ: -9

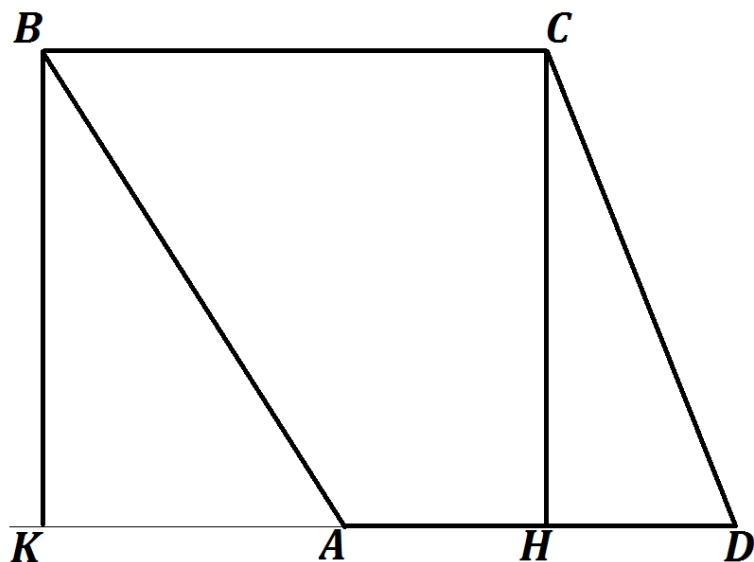
Модуль «Геометрия»

24

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 40$.

Решение:

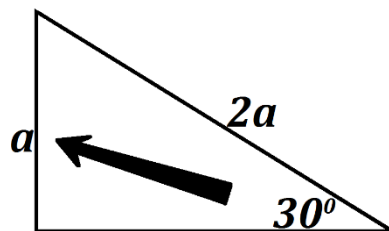




Опустим высоты CH и BK :

$$\angle DCH = 120 - 90 = 30^\circ$$

СВОЙСТВО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

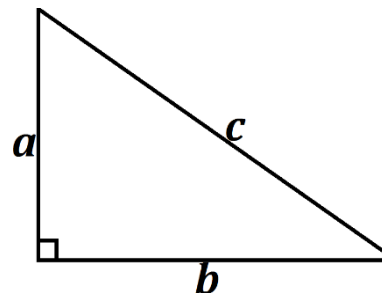


Катет, лежащий напротив угла 30° , равен половине гипотенузы

$$DH = \frac{1}{2} \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20$$

Найдём CH по теореме Пифагора:

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов
 $c^2 = a^2 + b^2$

$$\begin{aligned} CD^2 &= DH^2 + CH^2 \\ 1600 &= 400 + CH^2 \\ CH^2 &= 1200 = 400 \cdot 3 \\ CH &= 20\sqrt{3} = BK \end{aligned}$$

$$\angle BAK = 180 - 90 - 45 = 45^\circ$$

$\triangle BAK$ – прямоугольный и равнобедренный

Найдём гипотенузу по теореме Пифагора:

$$\begin{aligned} AB^2 &= 1200 + 1200 \\ AB^2 &= 2400 = 400 \cdot 6 \\ AB &= 20\sqrt{6} \end{aligned}$$

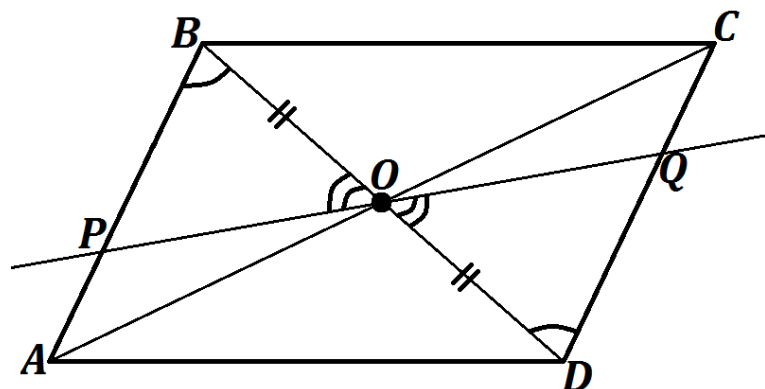
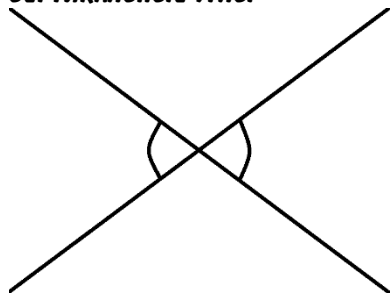
Ответ: $20\sqrt{6}$

25

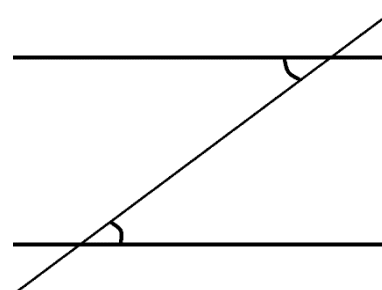
Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

Решение:



**ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ**

Равны

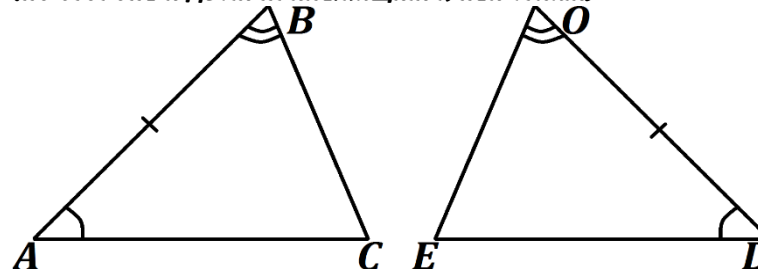
 $\angle BOP = \angle DOQ$ (т.к. это вертикальные углы)**НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ**

Равны при параллельных прямых (первый признак параллельности прямых)

 $\angle PBO = \angle QDO$ (т.к. это накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей BD)**ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА**

Четырёхугольник является параллелограммом:

- 1) Если две стороны равны и параллельны
- 2) Если противоположные углы попарно равны
- 3) Если противоположные стороны попарно равны
- 4) Если все противоположные стороны попарно параллельны
- 5) Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам
- 6) Если сумма соседних углов равна 180 градусов
- 7) Если сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон
- 8) Если сумма расстояний между серединами противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равна его полупериметру

 $BO = DO$ (по свойству параллелограмма)**ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ
(ПО СТОРОНЕ И ДВУМ ПРИЛЕЖАЩИМ К НЕЙ УГЛАМ)**

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны

$\triangle BOP = \triangle DOQ$ по стороне и двум прилежащим к ней углам

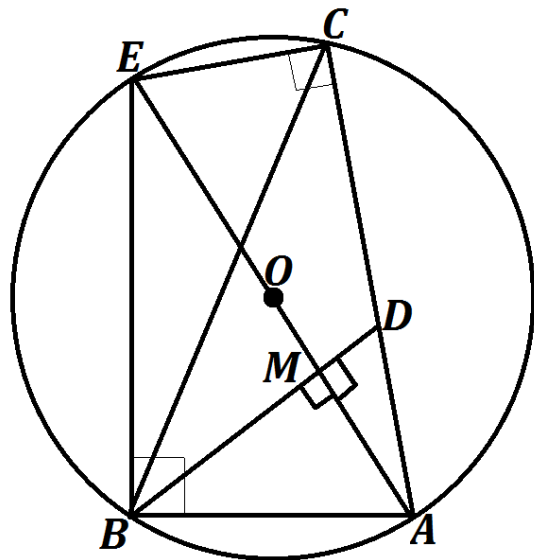
$$\begin{pmatrix} BO = DO \\ \angle BOP = \angle DOQ \\ \angle ABO = \angle QDO \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow BP = DQ$ (т.к. в равных треугольниках все соответственные элементы равны)

■

- 26 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Решение:



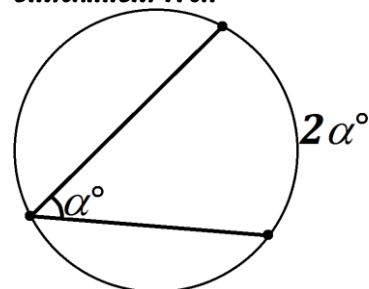
1

Пусть

E – точка пересечения прямой AO и окружности

$AO \cap BD = M$

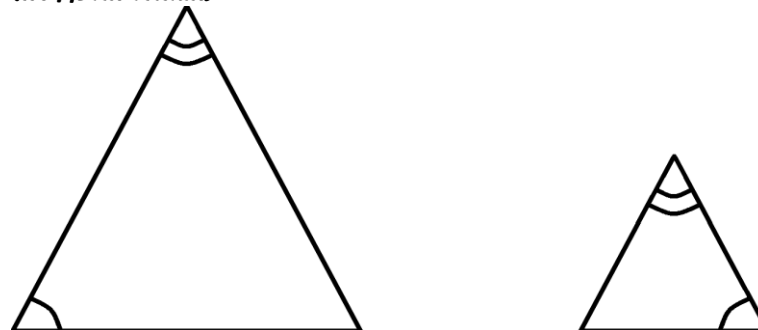
ВПИСАННЫЙ УГОЛ



Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

$$\begin{aligned} \angle ABE &= 90^\circ \\ \angle ACE &= 90^\circ \end{aligned} \text{ (т.к. опираются на диаметр } AE, \text{ т.е. на дугу } 180^\circ)$$

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ (ПО ДВУМ УГЛАМ)



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

2

$$\begin{aligned} \triangle ABM \sim \triangle ABE & \text{ по двум углам} \\ \left(\begin{aligned} \angle BAM & - \text{общий} \\ \angle AMB & = \angle ABE = 90^\circ \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

Запишем отношение сходственных сторон

$$\frac{BM}{BE} = \frac{AB}{AE} = \frac{AM}{AB}$$



$$\frac{AB}{AE} = \frac{AM}{AB}$$

$$\frac{84}{AE} = \frac{AM}{84}$$

$$AM \cdot AE = 7056$$

☞

$\triangle ADM \sim \triangle ACE$ по двум углам

($\angle DAM$ – общий
 $\angle AMD = \angle ACE = 90^\circ$)

Запишем отношение сходственных сторон

$$\frac{DM}{CE} = \frac{AD}{AE} = \frac{AM}{AC}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AM}{AC}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AM}{98}$$

$$AM \cdot AE = 98AD$$

☞

$$AM \cdot AE = 7056$$

$$AM \cdot AE = 98AD$$

$$98AD = 7056$$

$$AD = 72$$

$$CD = AC - AD = 98 - 72 = 26$$

Ответ: 26

