

СПЕЦИФИКАЦИЯ
диагностической работы по математике
для 11 классов общеобразовательных организаций г. Москвы

Таблица 1

Принадлежность заданий работы темам курса математики

Диагностическая работа проводится
28 ноября 2018 г.

1. Назначение работы

Диагностическая работа проводится с целью определения уровня подготовки обучающихся 11-х классов общеобразовательных организаций города Москвы в соответствии с требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта и оценки уровня подготовки к сдаче единого государственного экзамена по математике.

2. Документы, определяющие содержание диагностической работы

Содержание и основные характеристики диагностических материалов определяются на основе следующих документов:

- Федеральный компонент государственного стандарта основного общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального, общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

- О сертификации качества педагогических тестовых материалов (Приказ Минобрнауки и науки РФ от 17.04.2000 г. № 1122).

3. Время выполнения работы

На выполнение диагностической работы отводится 90 минут.

4. Дополнительные материалы и оборудование

Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом диагностической работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

5. Структура и содержание диагностической работы

Работа состоит из двух частей, различающихся по уровню сложности.

При проверке базовой математической компетентности обучающиеся должны продемонстрировать: владение основными алгоритмами; знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приёмов решения задач и проч.); умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Всего в работе 16 заданий, из которых 14 заданий базового уровня, 1 задание повышенного уровня и 1 задание высокого уровня сложности.

В таблицах 1 и 2 представлено распределение заданий по элементам содержания и контролируемым умениям.

Код КЭС	Темы курса	Число заданий
1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа	1
1.4.1	Преобразования выражений, включающих арифметические операции	2
1.4.2	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень	1
1.4.3	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени	1
2.1.1	Квадратные уравнения	1
2.1.2	Рациональные уравнения	2
2.1.3	Иррациональные уравнения	1
2.1.4	Тригонометрические уравнения	1
2.1.9	Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных	1
2.1.12	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений	3
3.2.1	Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания	1
3.2.5	Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции	1
3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции	1
4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной	1
5.3.1	Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма	1
5.3.3	Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида	1
5.5.1	Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности	2
5.5.2	Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями	1
5.5.3	Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника	3
5.5.4	Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями	1
5.5.5	Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора	3
5.5.7	Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара	1
6.3.2	Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач	1

Таблица 2

Принадлежность заданий контролируемым умениям

Код КТ	Контролируемые требования к уровню подготовки	Число заданий
1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма	3
1.2	Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования	2
2.1	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы	3
2.2	Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод	1
3.1	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций	1
3.3	Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции	1
4.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)	3
4.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	2
5.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры	1
5.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	1
5.4	Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий	1
6.1	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах	1
6.2	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках	2

6. Система оценивания отдельных заданий и работы в целом

Для оценивания результатов выполнения работ учащимися используется суммарный балл. Максимальный балл за работу – 18. Максимальные баллы по отдельным заданиям указаны в Приложении 1.

Задания 1 части (№ 1-14), оцениваемые 1 баллом, считаются выполненными верно, если записан верный ответ (в заданиях с кратким ответом), или правильно соотнесены объекты двух множеств и записана соответствующая последовательность цифр (в заданиях на установление соответствия).

Задание с развернутым ответом считается выполненным верно и оценивается полным баллом, если выбран правильный путь решения, из записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ. В случае неполного решения задания участнику выставляется балл в соответствии с критериями оценивания.

План демонстрационного варианта проверочной работы

Расшифровка кодов 2-го и 3-го столбцов представлена в Кодификаторах элементов содержания и требований к уровню подготовки.

Типы заданий: КО – задание с кратким ответом в форме целого числа или дроби. РО – задание с развёрнутым ответом.

Позиция в тесте	Код КЭС	Код КТ	Тип задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения, мин.
1	1.4.1	1.1	КО	1	2
2	2.1.12	6.2	КО	1	2
3	1.1.3	1.1	КО	1	3
4	1.4.1	1.2	КО	1	3
5	1.4.2, 1.4.3	1.1	КО	1	3
6	6.3.2	5.4	КО	1	3
7	2.1.12	6.1	КО	1	4
8	2.1.1, 2.1.2, 2.1.3	2.1	КО	1	3
9	3.2.1, 3.2.5, 3.2.6, 4.1.1	3.1, 3.3, 6.2	КО	1	4
10	5.5.3, 5.5.5	4.1	КО	1	3
11	5.5.1, 5.5.3, 5.5.5	4.1	КО	1	3
12	5.5.2, 5.5.4	4.2	КО	1	4
13	5.3.1, 5.3.3, 5.5.7	4.2	КО	1	4
14	2.1.2, 2.1.12	2.1, 5.1	КО	1	7
15	2.1.4, 2.1.9	1.2, 2.1, 2.2	РО	2	10
16	5.5.1, 5.5.3, 5.5.5	4.1, 5.2	РО	2	17

11 класс

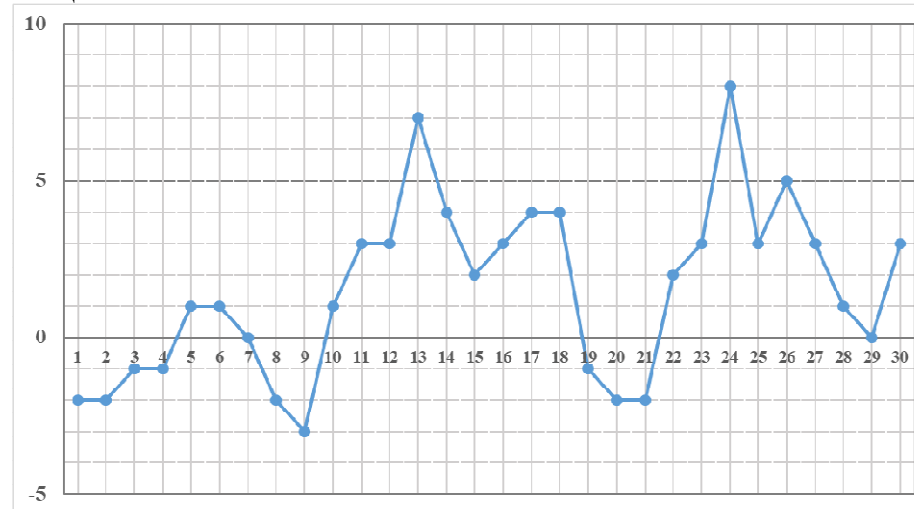
Часть 1

Ответами к заданиям 1–14 являются конечная десятичная дробь, целое число или последовательности цифр, которые следует записать в бланк тестирования справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $\frac{2,4}{55 - 67}$.

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показана средняя температура воздуха в Мурманске во все дни апреля 2018 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – средняя температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите, какого числа средняя температура в Мурманске была наибольшей в первой половине апреля 2018 года. В ответ запишите среднюю температуру в этот день в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3 На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 240 человек. Голоса между кандидатами распределились в отношении 3:5. Сколько голосов получил победитель?

Ответ: _____.

4 Площадь треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$, где b и c – стороны треугольника, а α – угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите синус угла треугольника, если прилежащие к этому углу стороны равны 5 и 16, а площадь треугольника равна 12.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{2})^2}{36}$.

Ответ: _____.

6 В чемпионате по гимнастике участвуют 64 спортсменки: 18 из Японии, 22 из Китая, остальные – из Южной Кореи. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Южной Кореи.

Ответ: _____.

7 Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 500 км. В таблице даны характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	8	3900
Б	Бензин	10	3200
В	Газ	14	3400

Помимо аренды, клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива – 40 рублей за литр, бензина – 45 рублей за литр, газа – 30 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

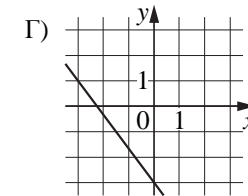
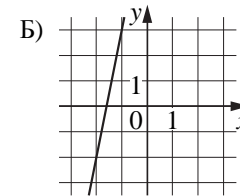
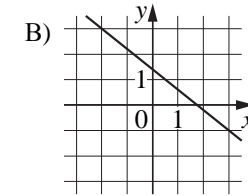
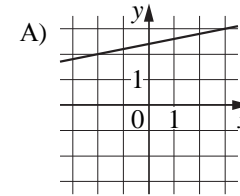
Ответ: _____.

8 Решите уравнение $\frac{5}{8}x = -4\frac{3}{8}$.

Ответ: _____.

9 Установите соответствие между прямыми, заданными графиками, и их угловыми коэффициентами.

ГРАФИКИ



УГЛОВЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) 0,2
- 2) $-\frac{4}{3}$
- 3) -0,8
- 4) 5

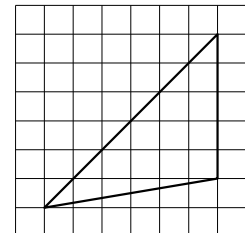
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

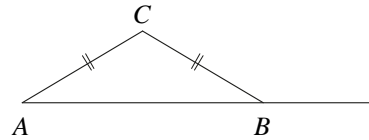
В бланк запишите ТОЛЬКО ЦИФРЫ в том порядке, в котором они идут в таблице, не разделяя их запятыми.

10 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



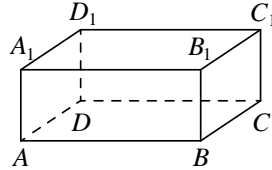
Ответ: _____.

- 11 В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 157° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



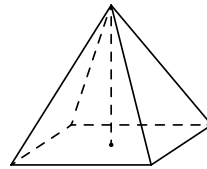
Ответ: _____.

- 12 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины двух рёбер и диагонали: $AA_1 = 16$, $CD = 8$, $BD_1 = 21$. Найдите длину ребра $A_1 D_1$.



Ответ: _____.

- 13 Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна $2\sqrt{5}$, а боковое ребро равно 5.



Ответ: _____.

- 14 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B , расстояние между которыми равно 60 км. На следующий день он отправился обратно в A , увеличив скорость на 3 км/ч. По пути он сделал остановку на 1 час, и в результате затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость велосипедиста на пути из A в B . Ответ выразите в км/ч.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк тестирования!

Часть 2

При выполнении заданий 15 и 16 используйте обратную сторону бланка тестирования. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его полное решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 15 а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x = 3$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

- 16 В треугольнике ABC биссектриса BE перпендикулярна медиане AD , причём $AD = 6$, $BE = 16$. Найдите стороны треугольника ABC .

Ответы к заданиям 1–14

№ задания	Правильный ответ
1	-0,2
2	7
3	150
4	0,3
5	0,5
6	0,375
7	5450
8	-7
9	1432
10	15
11	134
12	11
13	40
14	12

15

Ответы и критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x = 3$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ:

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2 - 2\cos^2 x - 3\cos x - 3 = 0;$$

$$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0;$$

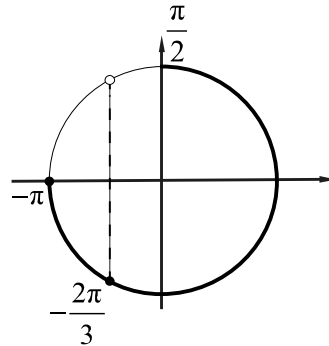
Пусть $t = \cos x$, тогда получаем: $2t^2 + 3t + 1 = 0$,

откуда $t = -1$ или $t = -\frac{1}{2}$.

Если $\cos x = -1$, то $x = \pi + 2\pi k, k \in Z$.

Если $\cos x = -\frac{1}{2}$, то $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$.

- б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.



Получим числа $-\pi, -\frac{2\pi}{3}$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, где $k \in Z$;

б) $-\pi, -\frac{2\pi}{3}$.

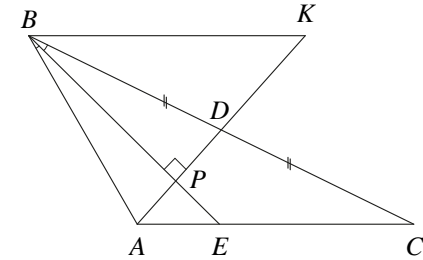
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16

В треугольнике ABC биссектриса BE перпендикулярна медиане AD , причём $AD = 6, BE = 16$. Найдите стороны треугольника ABC .

Ответ:

Решение.



Пусть P – точка пересечения отрезков BE и AD (см. рис.). Треугольник ABD – равносторонний, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому $AP = PD = 3; BC = 2BD = 2AB$.

По свойству биссектрисы треугольника $\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2$, откуда $AC = 3AE$.

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC . Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD . Тогда $BK = AC = 3AE$.

Из подобия треугольников APE и KPB следует, что

$$\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}.$$

Поэтому $PE = 4$ и $BP = 12$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 3\sqrt{17}, \quad BC = 2AB = 6\sqrt{17}, \quad AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 5, \\ AC = 3AE = 15.$$

Ответ: $3\sqrt{17}; 6\sqrt{17}; 15$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки ИЛИ Верно найдена хотя бы одна из сторон треугольника	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2