

**Основной Государственный Экзамен по
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

- 1** Найдите значение выражения

$$\frac{0,7}{1 + \frac{1}{6}}$$

Ответ: _____.

- 2** В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет ближе всех к Солнцу?

Планета	Венера	Марс	Сатурн	Юпитер
Расстояние (в км)	$1,082 \cdot 10^8$	$2,28 \cdot 10^8$	$1,427 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$

- 1) Венера
- 2) Марс
- 3) Сатурн
- 4) Юпитер

Ответ:





3 Какое из данных чисел принадлежит промежутку [6; 7]?

- 1) $\sqrt{6}$
- 2) $\sqrt{7}$
- 3) $\sqrt{40}$
- 4) $\sqrt{51}$

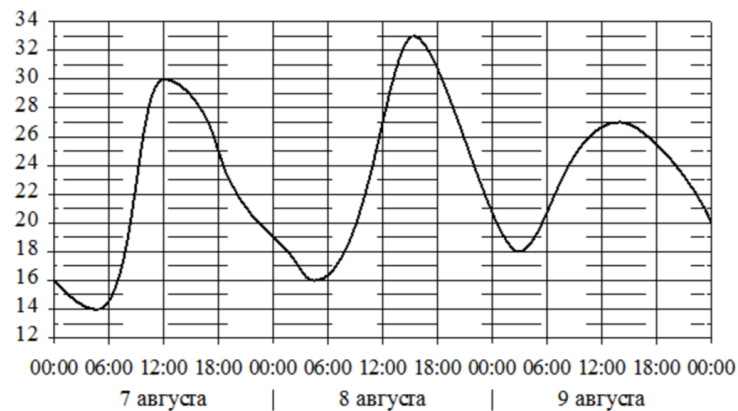
Ответ:

4 Какое из данных ниже чисел является значением выражения $(\sqrt{86} + 4)^2$?

- 1) 70
- 2) $102 + 8\sqrt{86}$
- 3) $102 + 4\sqrt{86}$
- 4) $70 + 8\sqrt{86}$

Ответ:

5 На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наибольшую температуру воздуха 8 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $(x + 3)^2 = (x + 8)^2$.

Ответ: _____.

7 В начале учебного года в школе было 1250 учащихся, а к концу учебного года их стало 950. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

Ответ: _____.

8 На диаграмме показано содержание питательных веществ в фасоли. Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 50%.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) белки
- 2) жиры
- 3) углеводы
- 4) прочее

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.



9 В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек: 37 красных, 8 зелёных, 17 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

Ответ: _____.

10 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{1}{2}x - 2$ Б) $y = -\frac{1}{2}x - 2$ В) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

ГРАФИКИ

1)

2)

3)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Дана арифметическая прогрессия (a_n) , в которой $a_6 = -7,8$, $a_{19} = -10,4$. Найдите разность прогрессии.

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения

$$\frac{7ab}{a+7b} \cdot \left(\frac{a}{7b} - \frac{7b}{a} \right)$$

при $a = 7\sqrt{2} + 7$, $b = \sqrt{2} - 9$.

Ответ: _____.

13 Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 80 градусов по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

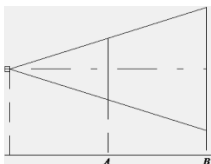
14 Укажите решение неравенства

$$8x - 8 > 7x + 6.$$

- 1) $(-\infty; 14)$
- 2) $(14; +\infty)$
- 3) $(-2; +\infty)$
- 4) $(-\infty; -2)$

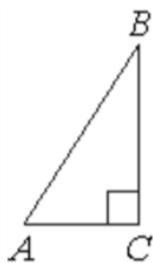
Ответ:

- 15** Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран B высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах.



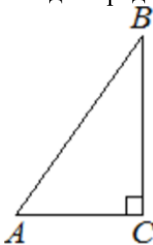
Ответ: _____.

- 16** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$, $BC = 12$. Найдите AC .



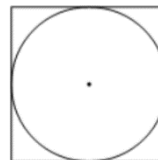
Ответ: _____.

- 17** В треугольнике ABC известно, что $AC = 8$, $BC = 15$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



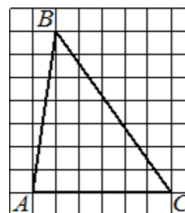
Ответ: _____.

- 18** Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.



Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 20** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все квадраты имеют равные площади.
- 2) Основания равнобедренной трапеции равны.
- 3) Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания



Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

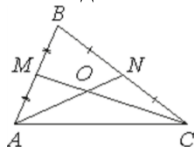
- 21 Решите уравнение
 $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$.
- 22 Расстояние между пристанями А и В равно 140 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 51 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

- 23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25 & \text{при } x \geq 4, \\ x - 3 & \text{при } x < 4. \end{cases}$$
 Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 6$, $CM = 9$. Найдите ON .



- 25 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.
- 26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100balloy> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
 Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
 (также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора



Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	0,6
2	1
3	3
4	2
5	33
6	-5,5
7	24
8	3
9	0,56
10	213
11	-0,2
12	70
13	176
14	2
15	500
16	9
17	8,5
18	6400
19	3
20	3



Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение
 $x^3 + 3x^2 = 16x + 48.$

Решение:

Вынесем общий множитель за скобку и слева и справа:

$$x^2(x + 3) = 16(x + 3)$$

$$x^2(x + 3) - 16(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x^2 - 16) = 0$$

$$x + 3 = 0$$

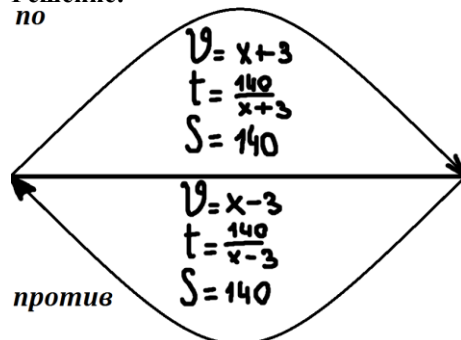
$$x = -3$$

$$\left| \begin{array}{l} x^2 - 16 = 0 \\ x^2 = 16 \\ x = \pm 4 \end{array} \right.$$

Ответ: -4; -3; 4

22 Расстояние между пристанями А и В равно 140 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 51 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Решение:
по



Узнаем сколько времени плыл плот:

$$\frac{51}{3} = 17$$

Тогда моторная лодка плыла:

$$17 - 1 = 16$$

$$\begin{aligned} t_{\text{туда}} + t_{\text{обратно}} &= 16 \\ \frac{140}{x+3} + \frac{140}{x-3} &= 16 \\ \frac{140(x-3) + 140(x+3)}{(x-3)(x+3)} &= \frac{16}{1} \\ \frac{140x - 420 + 140x + 420}{x^2 - 9} &= \frac{16}{1} \end{aligned}$$

$$\frac{280x}{x^2 - 9} = \frac{16}{1} \quad | :8$$

$$\frac{35x}{x^2 - 9} = \frac{2}{1}$$

$$2x^2 - 18 = 35x$$

$$2x^2 - 35x - 18 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1225 + 144 = 1369 = 37^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{35 + 37}{4} = 18$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{35 - 37}{4} = -0,5 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 18

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25 & \text{при } x \geq 4, \\ x - 3 & \text{при } x < 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение:

Найдём x_0 у параболы:

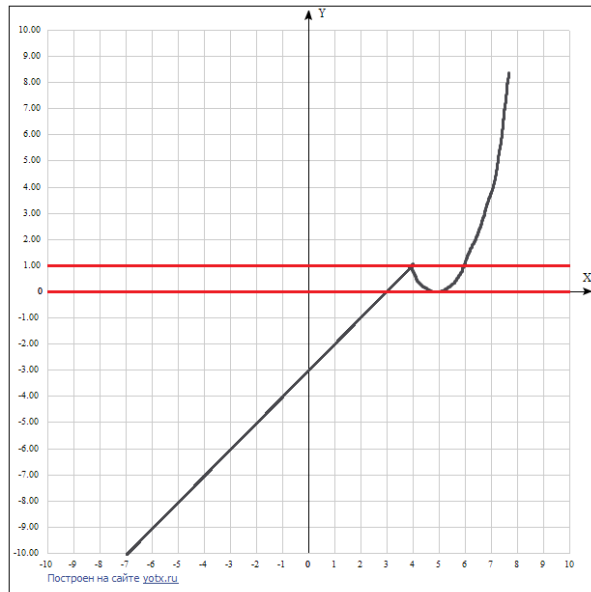
$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{2} = 5$$

Заполним таблицу значений функции:

x	2	3	4	5	6	7
y	-1	0	1	0	1	4

Построим график и проведём прямые $y = m$, при которых будет две общих точки с графиком:



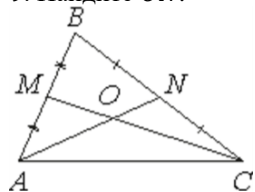


Ответ: 0; 1

Модуль «Геометрия»

24

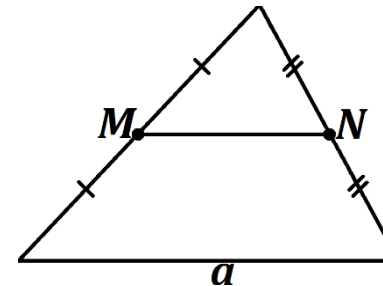
Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 6$, $CM = 9$. Найдите ON .



Решение:

Проведём MN :

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

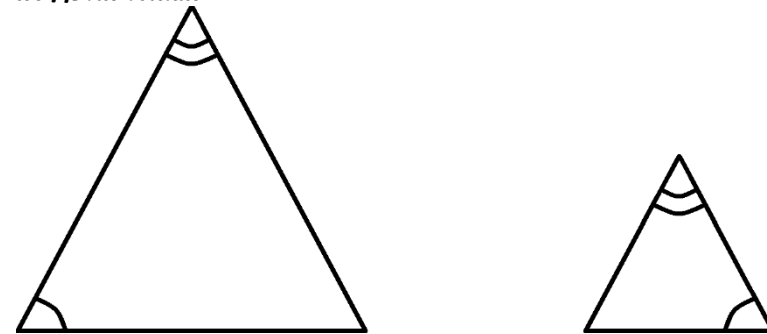


- лежит на серединах сторон
 - параллельна основанию
 - равна половине основания
- $$MN = \frac{a}{2}$$

MN – средняя линия $\triangle ABC$

$$\frac{AC}{MN} = 2$$

ПО ДВУМ УГЛАМ



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$$\begin{aligned} \triangle MON \sim \triangle AOC \text{ по 2 углам} \\ (\angle MON = \angle AOC - \text{вертикальные}) \\ (\angle OMN = \angle ACO - \text{накрест лежащие}) \\ \frac{AC}{MN} = \frac{AO}{ON} \end{aligned}$$

$$2 = \frac{AN - ON}{ON}$$



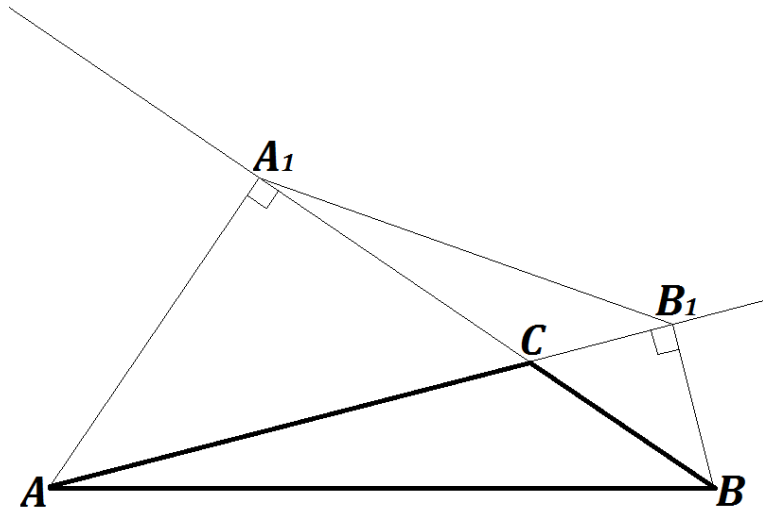
$$2 = \frac{6 - ON}{ON}$$

$$\begin{aligned} 2ON &= 6 - ON \\ 3ON &= 6 \\ ON &= 2 \end{aligned}$$

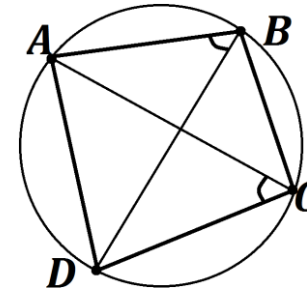
Ответ: 2

25 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

Решение:



ПРИЗНАК ВПИСАННОГО В ОКРУЖНОСТЬ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



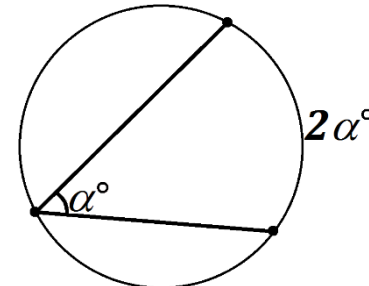
Если угол между стороной и диагональю равен углу между противоположной стороной и другой диагональю, то такой четырёхугольник можно вписать в окружность

1

Четырёхугольник AA_1B_1B можно вписать в окружность по признаку вписанного в окружность четырёхугольника (т.к. $\angle AA_1B = \angle AB_1B = 90^\circ$)

2

ВПИСАННЫЙ УГОЛ



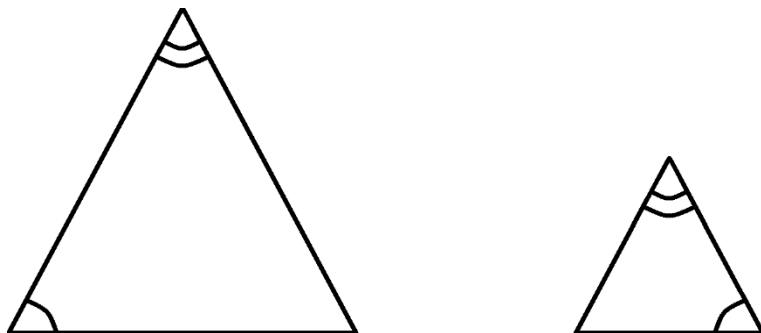
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

$\angle AB_1A_1 = \angle ABA_1$ (т.к. это вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу AA_1)

3

**ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ
(ПО ДВУМ УГЛАМ)**





Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

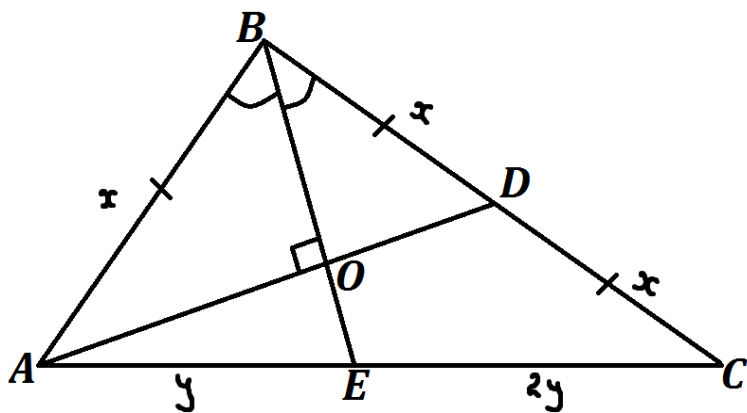
$\triangle A_1CB_1 \sim \triangle ACB$ по двум углам
 ($\angle ACB = \angle A_1CB_1$ – вертикальные)
 $\angle AB_1A_1 = \angle ABA_1$)

■

26

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

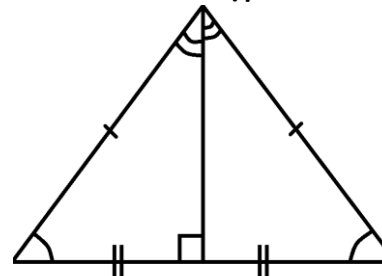
Решение:



)

Пусть $AD \cap BE = O$

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

Рассмотрим треугольник ABD :

BO – биссектриса и высота

$\Rightarrow \triangle ABD$ – равнобедренный

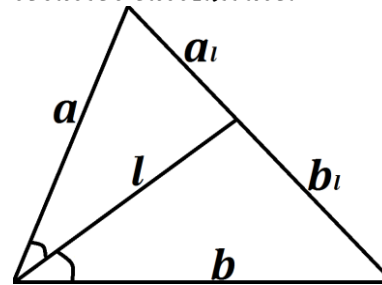
∴

Пусть $AB = x = BD = CD$

Тогда $BC = 2x$

Рассмотрим треугольник ABC :

СВОЙСТВО БИСЕКТРИСЫ



$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{AB}{BC}$$



$$\frac{AE}{CE} = \frac{x}{2x}$$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{1}{2}$$

Пусть

$$AE = y$$

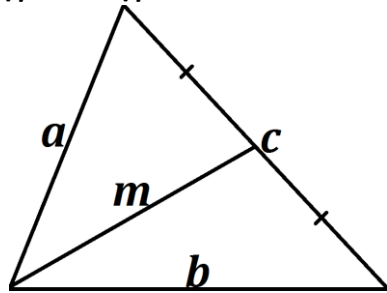
$$CE = 2y$$

Тогда

$$AC = 3y$$

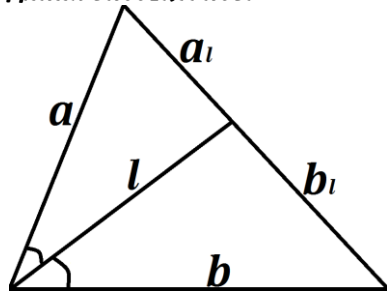
☺

ДЛИНА МЕДИАНЫ



$$m^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

ДЛИНА БИСЕКТРИСЫ



$$l = \sqrt{ab - a_1 \cdot b_1}$$

Рассмотрим треугольник ABC :

Запишем уравнение длины медианы AD и уравнение длины биссектрисы BE в общую систему уравнений и решим её

$$\begin{cases} \text{длина биссектрисы } BE & \left\{ \begin{array}{l} 12 = \sqrt{x \cdot 2x - y \cdot 2y} \\ \text{длина медианы } AD \end{array} \right. \\ 12^2 = \frac{x^2}{2} + \frac{(3y)^2}{2} - \frac{(2x)^2}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12 = \sqrt{2x^2 - 2y^2} & (^2) \\ 144 = \frac{x^2}{2} + \frac{9y^2}{2} - \frac{4x^2}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 144 = 2x^2 - 2y^2 & (:2) \\ 144 = \frac{9y^2}{2} - \frac{x^2}{2} & (\cdot 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 72 = x^2 - y^2 \\ 288 = 9y^2 - x^2 \end{cases}$$

Решим систему методом алгебраического сложения

$$72 + 288 = x^2 - y^2 + 9y^2 - x^2$$

$$360 = 8y^2$$

$$y^2 = 45$$

$$y = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$72 = x^2 - y^2$$

$$72 = x^2 - 45$$

$$x^2 = 117$$

$$x = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

\Rightarrow

$$AB = x = 3\sqrt{13}$$

$$BC = 2x = 6\sqrt{13}$$

$$AC = 3y = 9\sqrt{5}$$

Ответ: $3\sqrt{13}$; $6\sqrt{13}$; $9\sqrt{5}$

