Ответы ВАРИАНТ 1.

№ задания	Вариант 1
1	5
2	8
3	5
4	0,06
5	5
6	14
7	7
8	216
9	- 1,5
10	32
11	6
12	5

13.

Решение.

$$\text{а) } 3\cos 2x - 5\sin x + 1 = 0$$

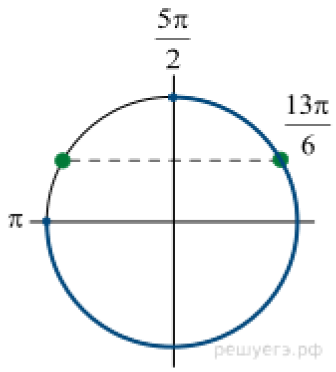
$$3(1-2\sin^2 x) - 5\sin x + 1 = 0$$

$$6\sin^2 x + 5\sin x - 4 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \text{ или } \sin x = -\frac{4}{3} \text{ (решений не имеет)}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \qquad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$, получим число $\frac{13\pi}{6}$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$ б) $\frac{13\pi}{6}$

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или пункте б, ИЛИ	1

получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

14. **Решение.**

Прямая S_1M пересекает медиану AO треугольника ABD в точке T так, что $AT : TO = 2 : 1$, поскольку T — точка пересечения медиан треугольника SAS_1 и O — точка пересечения диагоналей основания $ABCD$, так как пирамида $SABCD$ правильная.

Следовательно, $AT : TC = 1 : 2$. Точка L делит отрезок BC в отношении $BL : LC = 1 : 2$, следовательно, треугольники ACB и TCL подобны с коэффициентом подобия $k = AC : TC = BC : CL = 3 : 2$, так как они имеют общий угол с вершиной C и стороны AC и BC в треугольнике ABC пропорциональны сторонам TC и LC треугольника TCL, заключающим тот же угол. Значит, сторона сечения, проходящая через точки L и T, параллельна стороне AB основания пирамиды $SABCD$. Пусть эта сторона сечения пересекает сторону AD в точке P.

Сторона сечения, проходящая через точку M в плоскости SAB, параллельна прямой AB, так как плоскость S_1LM пересекает плоскость SAB и проходит через прямую PL, параллельную плоскости SAB. Пусть эта сторона сечения пересекает сторону SB в точке K. Тогда сечение $PMKL$ — равнобокая трапеция, поскольку $AP = BL$ и $AM = BK$.

Большее основание LP трапеции равно 12, поскольку $ABCD$ — квадрат. Второе основание MK трапеции равно 6, поскольку MK — средняя линия треугольника SAB. Значит, средняя линия трапеции равна $(6 + 12) : 2 = 9$

Ответ: б) 9.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б.	2
Верно доказан пункт а. ИЛИ Верно решён пункт б при отсутствии обоснований в пункте а.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

15. **Решение.**

Запишем неравенство в виде: $3x+6 \le |x+10|+|2-x|$

Неравенство заведомо выполняется, если левая часть отрицательна, то есть при $x < -2$

Если $x > -2$, то $x+10+|x-2| \ge 3x+6$, $|x-2| \ge 2(x-2)$

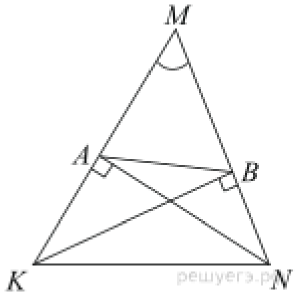
Это верно тогда и только тогда, когда $x-2 \le 0$. Решение неравенства: $x \le 2$

Ответ: $(-\infty;2]$

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

16.
Решение.



а) Углы *NAK* и *NBK*, опирающиеся на отрезок *KN*, равны, значит, точки *A, B, N* и *K* лежат на одной окружности, а, следовательно, равны и вписанные углы *ABK* и *ANK* этой окружности, опирающиеся на дугу *AK*, что и требовалось доказать.

б) Прямоугольные треугольники *KMB* и *NMA* имеют общий угол *KMN*, следовательно, они подобны, откуда $\frac{AM}{BM}=\frac{MN}{MK}$ или $\frac{AM}{MN}=\frac{BM}{MK}$, но тогда и треугольники *KMN* и *BMA* также подобны, причем коэффициент подобия равен $\frac{AM}{MN}=\frac{BM}{MK}=\cos\angle KMN,$ откуда

$$AB=KN\cos\angle KMN=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3.$$

Тогда радиус *R* окружности, описанной около треугольника *ABM* равен

$$R=\frac{AB}{2\sin\angle AMB}=\frac{3}{2\sin 45^\circ}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{2}.$

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*.	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* и использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

17. Решение.

Доход за 1 га картофеля на первом поле: $300\cdot 10000=3\cdot 10^6$ руб.

Доход за 1 га картофеля на втором поле: $200\cdot 10000=2\cdot 10^6$ руб.

Доход за 1 га свеклы на первом поле: $200\cdot 13000=2{,}6\cdot 10^6$ руб.

Доход за 1 га свеклы на втором поле: $300 \cdot 13\,000 = 3{,}9 \cdot 10^6$ руб.

Таким образом, первое поле выгодно полностью засадить картофелем, а второе — свеклой. Суммарно получаем:

$$10 \cdot (3 \cdot 10^6 + 3{,}9 \cdot 10^6) = 6{,}9 \cdot 10^7 = 69\,000\,000 \text{ руб.}$$

Ответ: 69 млн. рублей.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Получено верное выражение для суммы платежа, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу.	2
Получено выражение для ежегодной выплаты, но уравнение не составлено ИЛИ верный ответ найден подбором.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

18. Первое уравнение системы раскладывается на множители: $(x - 2y)(y - 2x) = 0$. Следовательно, уравнение задаёт пару прямых $x = 2y$ и $y = 2x$.

Второе уравнение при каждом $a \neq 0$ — уравнение окружности с центром (a, a) и радиусом $a^2\sqrt{5}$

Если $a = 0$ то система имеет единственное решение и поэтому не удовлетворяет условию задачи.

Пусть $a \neq 0$. Тогда условие задачи выполнено тогда и только тогда, когда окружность касается каждой из прямых. То есть расстояние от центра до каждой из прямых равно радиусу окружности.

Можно воспользоваться геометрическим методом или использовать формулу расстояния от точки до прямой.

$$\frac{|a-2a|}{\sqrt{5}} = \frac{|2a-a|}{\sqrt{5}} = a^2\sqrt{5}$$

Отсюда $a = \pm\, 0{,}2$.

Ответ: $a = \pm\, 0{,}2$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Найдено множество значений a, корни, соответствующие единственному значению параметра не определены ИЛИ Найдены корни, но в множество значений а не включены одна или две граничные точки.	3
Найдено множество значений a, но не включены одна или две граничные точки. Корни, соответствующие единственному значению параметра не найдены.	2
Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

19.

а) $2015 = 1007 + 1008$. Заметим, что других разложений на сумму двух последовательных чисел быть не может.

б) Пусть $2015 = a_1 + a_2 + ... + a_n$ - сумма последовательных натуральных чисел ($n > 2$, так как случай $n = 2$ уже разобран в пункте а)). Тогда по формуле суммы арифметической прогрессии получаем $2015 = \frac{n(2a_1 + n - 1)}{2}$. Значит, 4030 делится на n, кроме того $n < 2a_1 + n - 1$. Заметим, что $4030 = 2 \cdot 5 \cdot 403$, значит, n может равняться 5 или 10. Пусть $n = 5$, тогда $a_1 = 401, ..., a_5 = 405$. Пусть n=10, тогда $a_1 = 197, ..., a_{10} = 206$. Всего получается 3 способа.

в) Пусть $2015 = a_1 + a_2 + ... + a_n$ - сумма последовательных нечетных натуральных чисел. Тогда по формуле суммы арифметической прогрессии получаем $2015 = \frac{n(2a_1 + 2n - 2)}{2} = n \cdot (a_1 + n - 1)$. Пусть $n = 5$, тогда $a_1 = 399, .., a_5 = 407$. Значит, можно представить 2015 в виде суммы пяти последовательных нечетных натуральных чисел.

Ответ: а) $2015 = 1007 + 1008$; б) 3 способа; в) да.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующих результатов: — пример в п. а; — обоснованное решение п. б; — обоснование в п. в того, что S может принимать все целые значения (отличные от −1 и 1); — обоснование в п. в того, что равенства S = −1 и S = 1 невозможны.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Оценивание заданий:
№ 1 - № 12 – 1 балл
№ 13 – 2 балла
№ 14 – 2 балла
№ 15 – 2 балла
№ 16 – 3 балла
№ 17 – 3 балла
№ 18 – 4 балла
№ 19 - 4 балла

Максимальное количество баллов за работу – 32

Перевод баллов в отметки:
«2» - 0-5 баллов
«3» - 6-11 баллов
«4» - 12-17 баллов
«5» - 18-32 баллов