

Система оценивания диагностической работы по математике

9 класс

Оценивание отдельных заданий

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Балл	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Балл	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
Итого: 32 балла													

№ задания	Правильный ответ	
	Вариант 1	Вариант 2
1	0,81	0,075
2	2	2
3	2	4
4	72	108
5	4	1
6	1	-1
7	80	40
8	4	4
9	0,2	0,6
10	3241	3214
11	8	4.5
12	1,25	1,5
13	60	66
14	1	3
15	10	10
16	56	30
17	1496	704
18	168	15
19	3,5	0,75
20	13	13

Система оценивания выполнения всей работы

Минимальный результат выполнения работы – 8 баллов, набранные в сумме за выполнение заданий обоих модулей, при условии, что из них не менее 2 баллов получено по модулю «Геометрия».

Таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0 – 7	8 - 14	15 - 21	22 - 32

Часть 2.

Вариант №1.

Задание №21. Решите уравнение $(x - 2)^2(x - 3) = 12(x - 2)$.

Решение.

$$\begin{aligned}(x - 2)^2(x - 3) &= 12(x - 2) \\(x - 2)^2(x - 3) - 12(x - 2) &= 0 \\(x - 2)((x - 2)(x - 3) - 12) &= 0 \\(x - 2)(x^2 - 5x - 6) &= 0 \\x - 2 = 0 \text{ или } x^2 - 5x - 6 &= 0 \\x_1 = 2, x_2 = -1, x_3 = 6\end{aligned}$$

Ответ: -1; 2; 6

Баллы	Содержания критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учетом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание №22. Моторная лодка прошла 36 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 5 часов. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость лодки в неподвижной воде.

Решение.

Обозначим x км/ч скорость лодки в неподвижной воде. По течению реки лодка двигалась $\frac{36}{x+3}$ ч. Против течения реки лодка шла $\frac{36}{x-3}$ ч. Получаем уравнение $\frac{36}{x+3} + \frac{36}{x-3} = 5$. Решим его $\frac{72x}{(x+3)(x-3)} = 5$; $\frac{5x^2 - 72x - 45}{x^2 - 9} = 0$; $\begin{cases} 5x^2 - 72x - 45 = 0, \\ x^2 - 9 \neq 0 \end{cases}$, $x_1 = 15, x_2 = -0,6$. Следовательно, скорость лодки в неподвижной воде равна 15 км/ч.

Ответ: 15 км/ч

Баллы	Содержания критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание №23. Постройте график функции $y = \frac{x+2}{x^2+2x}$. Определите, при каких значениях m прямая $y = mx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

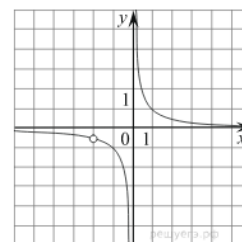
$$\frac{x+2}{x^2+2x} = \frac{x+2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} \quad (\text{при } x \neq -2)$$

При $x \neq -2$ функция $y = \frac{x+2}{x^2+2x}$ принимает вид $y = \frac{1}{x}$, её

график гиперболы из которой выколота точка $(-2; -0,5)$.

Заметим, что прямая $y = mx$ проходит через начало координат и будет иметь с графиком функции ровно одну общую точку только тогда, когда будет проходить через выколотую точку. Подставим координаты этой точки в уравнение прямой и найдём коэффициент $m = 0,25$.

Ответ: $m = 0,25$



Баллы	Содержания критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание №24. Высота BH ромба $ABCD$ делит сторону AD на отрезки $AH = 6$ и $DH = 4$. Найдите площадь ромба.

Решение.

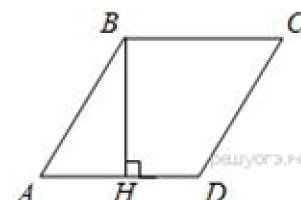
Сторона ромба равна $4 + 6 = 10$.

Найдём высоту BH из прямоугольного треугольника ABH по теореме Пифагора

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$S_{ABCD} = BH \cdot AD = 8 \cdot 10 = 80$$

Ответ: 80

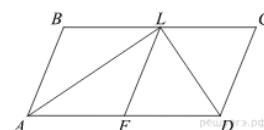


Баллы	Содержания критерия
2	Ход решения задачи верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание № 25. Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD . Точка L — середина стороны BC . Докажите, что DL — биссектриса угла CDA .

Решение.

Проведём FL параллельно CD . Тогда $BL = LC = CD$. Следовательно, параллелограмм $CDFL$ является ромбом. Диагональ DL ромба $CDFL$ является биссектрисой угла CDA .

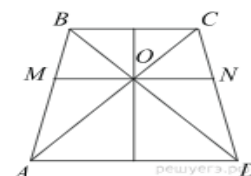


Баллы	Содержания критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание №26. Основания трапеции относятся как 2:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

Решение.

Пусть диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = 2a$, $AD = 3a$ пересекаются в точке O , а прямая параллельная основаниям и проходящая через точку O пересекает боковые стороны AB и CD в точках M и N соответственно.



$\triangle BOC \sim \triangle DOA$ с коэффициентом $\frac{2}{3}$, поэтому $\triangle AMO \sim \triangle ABC$ с коэффициентом $\frac{3}{5}$.

Значит, $OM = \frac{3}{5}BC = \frac{6}{5}a$. Аналогично, $ON = \frac{6}{5}a$. Следовательно, $MN = \frac{12}{5}a$. Пусть

h_1 и h_2 высоты подобных треугольников BOC и DOA , проведенные из общей

вершины O . Тогда $\frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3}$. Следовательно, $\frac{S_{BMNC}}{S_{AMND}} = \frac{0.5(BC+MN)h_1}{0.5(AD+MN)h_2} = \frac{\frac{12}{5}a+2a}{\frac{12}{5}a+3a} \cdot \frac{2}{3} = \frac{44}{81}$.

Ответ: 44:81

Баллы	Содержания критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Часть 2.

Вариант №2.

Задание №21. Решите уравнение $(x - 3)^2(x - 2) = 12(x - 3)$.

Решение.

$$\begin{aligned}(x - 3)^2(x - 2) &= 12(x - 3) \\(x - 3)^2(x - 2) - 12(x - 3) &= 0 \\(x - 3)((x - 3)(x - 2) - 12) &= 0 \\(x - 3)(x^2 - 5x - 6) &= 0 \\x - 3 = 0 \text{ или } x^2 - 5x - 6 &= 0 \\x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 6\end{aligned}$$

Ответ: -1; 3; 6

Баллы	Содержания критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учетом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание №22. Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение. Пусть x км/ч скорость лодки в неподвижной воде, тогда $(x+4)$ км/ч скорость лодки по течению, $(x-4)$ км/ч скорость лодки против течения. Лодка затратила на путь по течению реки на 2 часа меньше, чем против течения, составим уравнение:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2. \quad \text{Решим уравнение: } \frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} - 2 = 0;$$
$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2 - 16)}{x^2 - 16} = 0; \quad \frac{-2x^2 + 648}{x^2 - 16} = 0; \quad \begin{cases} -2x^2 + 648 = 0, \\ x^2 - 16 \neq 0 \end{cases};$$

$x_1 = -18, x_2 = 18$ – корни уравнения. Корень -18 не подходит по условию задачи,

следовательно, скорость моторной лодки в стоячей воде равна 18 км/ч.

Ответ: 18 км/ч

Баллы	Содержания критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание №23. Постройте график функции $y = \frac{x-2}{2x-x^2}$. Определите, при каких значениях m прямая $y = mx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

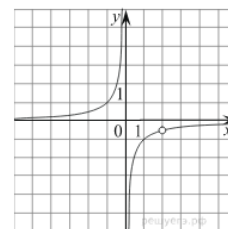
Решение.

$$\frac{x-2}{2x-x^2} = \frac{x-2}{-x(x-2)} = -\frac{1}{x} \quad (\text{при } x \neq 2)$$

При $x \neq 2$ функция $y = \frac{x-2}{2x-x^2}$ принимает вид $y = -\frac{1}{x}$,

её график гипербола из которой выколота точка $(2; -0,5)$.

Заметим, что прямая $y = mx$ проходит через начало координат и будет иметь с графиком функции ровно одну общую точку только тогда, когда будет проходить через выколотую точку. Подставим координаты этой точки в уравнение прямой и найдём коэффициент $m = -0,25$.



Ответ: $m = -0,25$

Баллы	Содержания критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание №24. Высота BH ромба $ABCD$ делит сторону AD на отрезки $AH = 12$ и $DH = 8$. Найдите площадь ромба.

Решение.

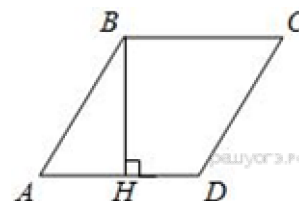
Сторона ромба $ABCD$ $AD = 12 + 8 = 20$.

Найдём высоту BH из прямоугольного треугольника ABH по теореме Пифагора

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{400 - 144} = 16$$

$$S_{ABCD} = BH \cdot AD = 16 \cdot 20 = 320$$

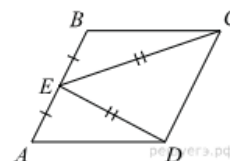
Ответ: 320



Баллы	Содержания критерия
2	Ход решения задачи верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание № 25. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC=ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.
Решение.

Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам. Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна 180° , то углы равны 90° . Такой параллелограмм — прямоугольник.

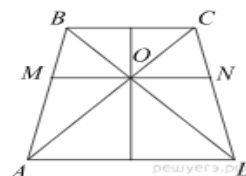


Баллы	Содержания критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Задание №26. Основания трапеции относятся как 1:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

Решение.

Пусть диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = a$, $AD = 3a$ пересекаются в точке O , а прямая параллельная основаниям и проходящая через точку O пересекает боковые стороны AB и CD в точках M и N соответственно.



$\triangle BOC \sim \triangle DOA$ с коэффициентом $\frac{1}{3}$, поэтому $\triangle AMO \sim \triangle ABC$ с

коэффициентом $\frac{3}{4}$. Значит, $OM = \frac{3}{4}BC = \frac{3}{4}a$. Аналогично, $ON = \frac{3}{4}a$. Следовательно,

$MN = \frac{6}{4}a = 1,5a$. Пусть h_1 и h_2 высоты подобных треугольников BOC и DOA ,

проведенные из общей вершины O . Тогда $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{3}$. Следовательно,

$$\frac{S_{BMNC}}{S_{AMND}} = \frac{0,5(BC+MN)h_1}{0,5(AD+MN)h_2} = \frac{1,5a+a}{1,5a+3a} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{27}.$$

Ответ: 5:27

Баллы	Содержания критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл